

TIJDSCHRIFT

VAN HET

Koninklijk Instituut van Ingenieurs,

Afdeeling Nederlandsch-Indië.

1914

Eerste aflevering.

PRIJS VOOR HET PUBLIEK f 4.—



RAILLASSCHEN I en II,

eene aanvulling der berekeningswijze van Dr. H. ZIMMERMANN

EN

een pleidooi voor de lasch met uitkragende steunlaschplaten

DOOR

Dr. J. H. A. HAARMAN c. i.

t. w. Hoofdingenieur der 2^e klasse, Chef v/h. Constructie- en bruggencontrôlebureau
b/d. Dienst der Staatsspoorwegen in Ned.-Indië.

Ledenlijst 1 Januari 1914.



Den leden der Afdeeling wordt dringend verzocht:

- a bij verandering van woonplaats daarvan kennis te geven aan den PENNINGMEESTER der afdeeling.
- b bij het zenden van postwissels ter betaling van contributie deze te adresseeren aan den PENNINGMEESTER der Afdeeling te WELTEVREDEN.

Den leden, welke in het vervolg per POSTKWITANTIE over het door hen verschuldigde wenschen te doen beschikken, wordt beleefd verzocht hiervan kennis te geven aan den PENNINGMEESTER.

T I J D S C H R I F T

VAN HET

Koninklijk Instituut van Ingenieurs,

Afdeeling Nederlandsch-Indië.

Aflevering 1.

INHOUD:

	Blz.		Blz.
Hoofdstuk I, waarin aangetoond wordt in hoever de theorie van Dr. H. ZIMMERMANN over de raillassen als niet voldoende juist moet worden beschouwd.	1	Hoofdstuk III, waarin de in hoofdstuk II gegeven berekeningswijzen in toepassing worden gebracht en de uitkomsten voor verschillende lassen worden vergeleken.	28
Hoofdstuk II, waarin de raillassen, zooals die in de spoorbaan voorkomen, aan een nadere beschouwing worden onderworpen	9		

VOORREDE.

Het zal nu een twintigtal jaren geleden zijn, dat men in technische kringen algemeen overtuigd was van de voordeelen, die het gebruik van lange en zware raillaschplaten met zich bracht.

Bij gebruik dier laschplaten werd een meer gelijkmatige drukverdeeling over de dwarsliggers verkregen en verminderde de doorzakking der laschconstructie.

Onbewust werd echter een groot nadeel, dat met het gebruik van lange laschplaten samenhang, in den koop toe genomen. Op dat nadeel vestigde ik reeds de aandacht in mijne „Beschouwingen over den bovenbouw van het spoor met 1,067 M' wijde", waarin uiteengezet werd, waarom voor den toen nieuw te kiezen bovenbouw voor de Staatsspoorwegen in Nederlandsch-Indië de raillaschplaten niet langer behoorden te worden genomen, dan in het bijgevoegde ontwerp was aangenomen.

Het gebruik van lange laschplaten had ook reeds de meening tot uiting doen komen, dat de berekeningsmethode van Dr. ZIMMERMANN voor dit onderdeel van den bovenbouw van den weg niet volkomen juist kon zijn, daar bleek, dat de rails en de laschplaten op andere plaatsen slijtage vertoonden, dus aanraking hadden, dan in de theorie van ZIMMERMANN wordt aangenomen. Dat was echter toen ter tijd voor mij nog niet zoo zeker, omdat verscheidene der in Europa gebruikte lange laschplaten op zeer onoordeelkundige wijze waren verzwakt om plaats voor klemplaten te maken (ik heb hier o.a. het oog op de laschplaten der Pruisisch Hessische Staatsspoorwegen), zoodat overschrijding der vloeigrens van het materiaal van de laschplaat bij normaal zwaren asdruk der voertuigen te verwachten was. De laschplaten werden daarbij eens voor goed krom gebogen, zeer ten nadeele van het spoor. Hierbij moest uit den aard der zaak slijtage ontstaan op abnormale plaatsen, hetgeen alzoo nog geen grond leverde aan de juistheid van ZIMMERMANN's theorie te twijfelen. Naderhand is mij gebleken, dat de theorie van ZIMMERMANN werkelijk niet in allen deele volledig is en dat men het nadeel der nu nog algemeen gebruikte lange laschplaten kan ondervangen door den vorm dier lasch-

platen te wijzigen en zonder daarbij het voordeel van de grootere lengte prijs te geven.

In deze verhandeling nu is aan de theorie van ZIMMERMANN een uitbreiding gegeven en is met behulp dier verbeterde theorie het voordeel aangetoond, dat de z. g. „lasch met uitkragende steunlaschplaten" biedt. Om den gang der te geven berekeningen te kunnen volgen, is het niet noodig, dat men zich in andere werken van ZIMMERMANN's theorie op de hoogte stelt, daar die, voorzoover die hierbij noodig is, weder geheel is opgebouwd, hetgeen noodzakelijk was, daar, om over de deugdelijkheid van de lasch te kunnen oordeelen meer grootheden moesten worden berekend, dan men in de handboeken aantreft.

De ter vergelijking berekende laschconstructie's volgens den ouden en den nieuwen vorm zijn eenvoudig gehouden om de berekeningen niet noodeloos ingewikkelder te maken. Principieel wordt aangetoond, dat onder dezelfde omstandigheden de lasch met uitkragende steunlaschplaten de voorkeur verdient boven de oude constructie.

Het diene hier nog wel vermeld, dat het geenszins de bedoeling is, de lasch met laschplaten van fig. 15 als een ideale voorop te stellen. Ook bij toepassing van dat type van laschplaten blijft het nog een belangrijk werk (dat ook bij de gewone constructie vaak achterwege is gebleven), na te gaan welke lengte, zwaarte en vorm van laschplaat onder bepaalde omstandigheden het meest wenschelijk is te achten.

Naar aanleiding dezer studie heeft de Hoofdinspecteur, Chef v/d. Dienst der Staatsspoorwegen op Java besloten met de nieuwe raillaschplaten een proef te nemen. De firma FRIED. KRUPP A. G. FRIEDRICH ALFRED HÜTTE te Rheinhausen, die in de uitkomsten der proefneming een bijzonder belang stelt, bood aan de noodige proeflaschplaten voor een K. M. spoorbaan op zeer aannemelijke voorwaarden te leveren, welk aanbod is geaccepteerd. Over eenigen tijd zal nopens de ondervinding met de nieuwe laschconstructie opgedaan, kunnen worden gerapporteerd.

De Schrijver.

VERBETERBLAD.

Blz.	1	2e kolom	8e regel	van boven	staat vóór	moet zijn	voor
"	1	2e	"	29e	"	"	" $\mathfrak{N}a_0^2$ " " $\mathfrak{N}a_0^2$
"	2	1e	"	9e	"	"	" $\alpha_r = \alpha_r + \varphi_0$ moet zijn $\alpha_t = \alpha_r + \varphi_0$
"	3	2e	"	15e	"	"	" ment " " menten
"	3	2e	"	9e	"	"	onder " kracht V_1 " " kracht v_1
"	4	1e	"	20e	"	"	boven " in formule 11) als noemer in laatste term $6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}$ moet zijn $3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}$
"	4	1e	"	11e	"	"	onder moet zijn $e - \left(M_0 + 2 M_1 \frac{i}{i + \mathfrak{J}} \right) \frac{z^2}{6 \mathfrak{E} i} + M_1 \left(1 - \frac{i}{i + \mathfrak{J}} \right) \frac{z^2}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} = 0$.
"	4	2e	"	6e	"	"	boven " het haakje vóór het + teken vervallen
"	4	2e	"	1e	"	"	onder staat o. m. de term $\frac{\mathfrak{N}}{a_0}$ moet zijn $\frac{\mathfrak{N}_2}{a_0}$
"	5	1e	"	3e	"	"	" " snede " " sneden
"	6	1e	"	6e	"	"	boven " 16) $z = \sqrt{\frac{6 \mathfrak{E} e}{\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{J}} + \frac{\mathfrak{N}_0}{i}}}$ moet zijn 16) $z = \sqrt{\frac{6 \mathfrak{E} e}{\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{J}} + \frac{M_0}{i}}}$
"	6	1e	"	12e	"	"	17) $p_1 = \frac{2 M_0 (a_0 - z) \mathfrak{J} + \mathfrak{N}_2 (a_0 + 2 z) i}{2 z (a_0 - z) (\mathfrak{J} + i)}$ moet zijn:
							17) $p_1 = \frac{2 M_0 (a_0 - z) \mathfrak{J} - \mathfrak{N}_2 (a_0 + 2 z) i}{2 z (a_0 - z) (\mathfrak{J} + i)}$
"	6	2e	"	12e	"	"	24) $\delta r_2 = \frac{z}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \left\{ \dots \dots \right\}$ moet zijn 24) $\delta r_2 = \frac{z}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ \dots \dots \right\}$
"	6	2e	"	3e	"	"	onder " $M_0 \frac{\mathfrak{J}}{2 (\mathfrak{J} + i)}$ moet zijn $M_0 \frac{\mathfrak{J}}{z (\mathfrak{J} + i)}$
"	8	1e	"	4e en 5e	"	"	boven moet resp: achter a_0 en z het = teken voorkomen
"	8	2e	"	1e	"	"	staat a moet zijn $a_0 =$
"	8	2e	"	2e	"	"	moet achter z het = teken voorkomen
"	10	1e	"	5e	"	"	staat = 3,46 ton moet zijn, dus $G > 3,46$ ton
"	13		"	11e	"	"	onder moet in laatste lid der vergelijking de term — e vervallen en wordt
							dus dat lid $y_0 - a_0 \varphi + p \frac{a_0^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} - P_1 \frac{a_0^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} - P_1 \frac{a_0^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} (a + a_1 - a_0)$
"	15	1e en 2e	"	"	"	"	onder staat δr_{p_1} moet zijn δr_{p_1}
"	16	1e	"	"	"	"	boven is aan het eind v.d. regel na $2 z$ de haak goed aan te brengen
"	16		"	"	"	"	De doorbuigingen op deze bladzijde δr_{p_1} en δr_p genoemd moeten zijn resp: δr_{p_1} en δr_p
"	16	7e	"	"	"	"	moet vooraan (vóór het woord genoemd) de letter y voorkomen
"	16	17e	"	"	"	"	" de factor $\frac{i}{+ \mathfrak{J}}$ in de formule VI) zijn $\frac{i}{i + \mathfrak{J}}$
"	18	1e	"	21e	"	"	staat vooraan s moet zijn is
"	18	2e	"	11e	"	"	onder " de term $(P_1 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}}$ moet zijn $(P_1 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}}$
"	18	2e	"	8e	"	"	" B I moet zijn I B
"	18	2e	"	5e	"	"	" B II " " II B
"	19	5e	"	"	"	"	boven " $\frac{1}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \left\{ \dots \dots \right\}$ moet zijn $\frac{1}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ \dots \dots \right\}$
"	19	9e	"	"	"	"	" B I " " I B
"	20	4e	"	"	"	"	onder staan XIIa) en XIIb) moeten zijn XIIIa) en XIIIb)
"	20	9e	"	"	"	"	staat Va) moet zijn Va)
"	21	1e	"	8e	"	"	boven staat in formule XV) in 1e term in noemer de factor z moet zijn B
"	21	1e	"	2e	"	"	onder staat in formule XVII) de term $\frac{D}{P}$ moet zijn $\frac{P}{D}$
"	23	5e	"	"	"	"	boven staat als factor in 2e term P_1^2 moet zijn P_1

Blz.	23	7e	regel van boven	moet formule VIII) gewijzigd worden in	$A = \frac{(a_0 - a_1)(a_1 - z)}{(a_0 - z)^2} (2 a_0 - a_1 - z)$
"	23	12e	"	"	moet de factor van PR gewijzigd worden in $3a(a_0 - z)^2 - (a_0 - a_1)^3$
"	24	7e	"	"	staat als 1e term. v/d factor p_2 $2a_2$ moet zijn $2a_0$
"	24	8e	"	"	moet formule XX) gewijzigd worden in $\varphi_0 = \frac{z}{2 \varepsilon i} \left\{ p_1 z + p_2 (2 a_0 - z) \right\} - p_0 \frac{z^2}{2 \varepsilon i}$
"	24	13e	"	"	staat $\delta_1 =$ moet zijn $\alpha_1 =$
"	24	1e	"	onder staat XXI)	" " XXIII)
"	24	3e	"	"	XX) " " XXII)
"	24	4e	"	"	XIX) " " XXI)
"	29	8e	"	"	moet tusschen 't getal 1,3 en 't = teeken een accolade staan
"	30	11e	"	boven is in formule XIII)	een haakje vóór $a + a_1 - z$ te plaatsen
"	30	20e	"	"	staat in formule I) P_2 moet zijn P
"	31	5e	"	"	moet formule VII) luiden $R = \frac{(a_1 - z)^2 (3 a_0 - a_1 - 2 z)}{2 (a_0 - z)^3} \frac{i}{i + j}$
"	31	12e	"	"	staat van formule XIVa) als berekende waarde voor $z = 20$ 154,3915 moet zijn 154,3195
"	34	8e	"	"	staat in formule I) voor geval IB P_2 moet zijn P
"	39	9e	"	"	moet formule XI) geschreven worden $H = \frac{\frac{a_1}{z} (z - a_1)^3}{j}$
"	39	20e	"	"	in formule I) in plaats van P_2 staan P
"	40	23e	"	onder staat in het lijstje als de grootte van φ_0 voor lasch IIIe	0,00360 moet zijn 0,00342
"	43	4e	"	"	staat 09 moet zijn 90
"	47	4e	"	"	128441 moet zijn 0,128441
"	50	5e	"	"	me " " met
"	53	1e	kolom 4e	regel na de lijst staat ondersteunde laschplaten moet zijn uitkragende steunlaschplaten	

Al de in hoofdstuk II (voor de gevallen IA en IIA) in den tekst met φ genoemde hoeken moeten zijn φ_0

HOOFDSTUK I,

waarin aangetoond wordt in hoever de theorie van Dr. H. Zimmermann over de raillassen als niet voldoende juist moet worden beschouwd.

Alvorens tot het opstellen eener nieuwe berekeningswijze der raillassen over te gaan, zal hieronder de thans gebruikelijke methode ter berekening, zooals Dr. H. ZIMMERMANN die opstelde, zie o.a. Handbuch der Ingenieurwissenschaften, Vde deel, tweede Band 1906, aan een nadere beschouwing worden onderworpen.

ZIMMERMANN gaat bij de afleiding zijner formules uit van de onderstelling, dat de laschplaten en rails slechts aanraking hebben nabij het midden en nabij de einden der laschplaten en verdedigt deze aanname op grond hiervan, dat die plaatsen in de praktijk slijtage vertoonen.

Een toepassing van de berekeningswijze van ZIMMERMANN op het hieronder geteekende belastingsgeval is wellicht het eenvoudigst om den gang der berekening te verduidelijken.

Fig: 1^a.

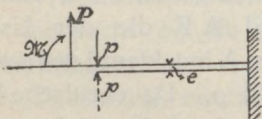
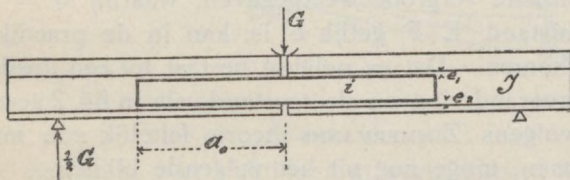


Fig: 1^b

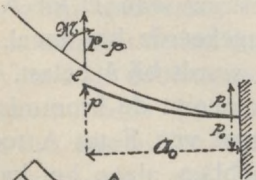


Fig: 1^c

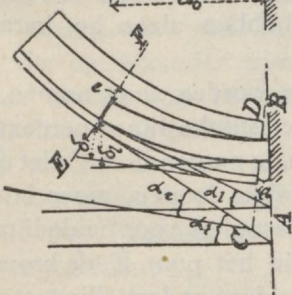


Fig: 1^d

In fig. 1^a is een verbinding van twee railstukken door middel van laschplaten voorgesteld; het samen-

stel — opgelegd op twee steunpunten — wordt in het midden belast, zoodat het geheel een symmetrisch aanzien heeft.

Om den belastingstoestand algemeener te maken wordt verondersteld, dat de laschplaat in het midden ingeklemd is en de resultante van de op de rail werkende uitwendige krachten, links van de doorsnede EF, vóór te stellen is door de combinatie van het moment $\mathfrak{M}$ en de afschuivende kracht P, welke alzoo als bekenden worden ingevoerd.

Onbekend zijn dan de in de figuur aangegeven kracht p, welke door het einde der laschplaat en de rail in doorsnede EF op elkaar wordt uitgeoefend en de kracht p_0 , door rail en laschplaten op elkaar uitgeoefend nabij het midden van de laschplaat.

De lengte van de laschplaat wordt op $2 a_0$ aangenomen, terwijl de speling in verticalen zin, die tusschen laschplaat en rail steeds bestaat, in totaal e wordt gesteld.

Aangezien de rail onder de werking van de op haar werkende krachten in evenwicht moet zijn, geldt

$$p_0 = \frac{\mathfrak{M}}{a_0}, \text{ terwijl verder } P + p_0 = p, \text{ zoodat}$$

$$p = P + \frac{\mathfrak{M}}{a_0} \text{ en } p - P = \frac{\mathfrak{M}}{a_0}.$$

Zijn de op de enkele deelen werkende krachten bekend, dan kan voor de vormverandering van het geheel het volgende worden afgeleid:

De in fig: 1^d aangeduide doorbuiging δ_l van de laschplaat is te berekenen als volgt:

$$\delta_l = \frac{p a_0^3}{3 \mathfrak{E} i} = \frac{P a_0^3 + \mathfrak{M} a_0^2}{3 \mathfrak{E} i} = (P a_0 + \mathfrak{M}) \frac{a_0^2}{3 \mathfrak{E} i},$$

terwijl α_l , de doorbuigingshoek van de laschplaat voor de doorsnede EF, te bepalen is op:

$$\alpha_l = \frac{p a_0^2}{2 \mathfrak{E} i} = (P a_0 + \mathfrak{M}) \frac{a_0}{2 \mathfrak{E} i}, \text{ in welke formule}$$

i het traagheidsmoment van de beide laschplaten voorstelt.

Wordt de rail nabij de doorsnede AB volgens het vlak CD, een hoek φ_0 makende met AB, ingeklemd gedacht, zoo is de totale doorbuiging δ_t voor de rail te berekenen uit de formule

$$\delta_t = \delta_r + a_0 \varphi_0, \text{ waarin}$$

$$\delta_r = \frac{\mathfrak{M} a_0^2}{2 \mathfrak{E} i} - (p-P) \frac{a_0^3}{3 \mathfrak{E} i} = \frac{\mathfrak{M} a_0^2}{2 \mathfrak{E} i} - \frac{\mathfrak{M} a_0^2}{3 \mathfrak{E} i} = \frac{\mathfrak{M} a_0^2}{6 \mathfrak{E} i},$$

in welke formule $\mathfrak{J}$ het traagheidsmoment van de rail voorstelt.

Aangezien, zooals uit de teekening blijkt $\delta_t = \delta_l + e$ is φ_0 te bepalen uit de voorwaarde:

$$(Pa_0 + \mathfrak{N}) \frac{a_0^2}{3 \mathfrak{J} i} + e = \mathfrak{N} \frac{a_0^2}{6 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + a_0 \varphi_0,$$

waaruit volgt:

$$\varphi_0 = (Pa_0 + \mathfrak{N}) \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} i} - \mathfrak{N} \frac{a_0}{6 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + \frac{e}{a_0}$$

Voor de rail geldt verder;

$$\alpha_r = \alpha_l + \varphi_0, \text{ terwijl}$$

$$\alpha_r = \mathfrak{N} \frac{a_0}{\mathfrak{J} \mathfrak{J}} - (p - P) \frac{a_0^2}{2 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} = \mathfrak{N} \frac{a_0}{\mathfrak{J} \mathfrak{J}} - \mathfrak{N} \frac{a_0}{2 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} = \mathfrak{N} \frac{a_0}{2 \mathfrak{J} \mathfrak{J}},$$

zoodat

$$\alpha_t = \alpha_r + \varphi_0 = \mathfrak{N} \frac{a_0}{2 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + (Pa_0 + \mathfrak{N}) \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} i} - \mathfrak{N} \frac{a_0}{6 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + \frac{e}{a_0},$$

$$\text{of } \alpha_t = (Pa_0 + \mathfrak{N}) \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} i} + \mathfrak{N} \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + \frac{e}{a_0}$$

Tot zoover is het principe van de berekening van ZIMMERMANN vastgehouden. Beschouwt men thans echter de vormverandering van rails en laschplaten eenigszins nader, dan blijkt, dat de met die berekening samengaannde vormverandering niet onder alle omstandigheden kan plaats grijpen.

Uit de figuur is aanstonds te zien, dat de waarde van den hoek α_l niet grooter kan worden dan die van α_t , aangezien in dat geval de laschplaten en rails door elkander heen zouden moeten loopen.

Worden die hoeken aan elkander gelijk, dan lijkt dat op het eerste gezicht de uiterste stand, waarbij de onderstelde vormverandering nog kan plaats hebben.

De voorwaarde, dat

$$\alpha_l < \alpha_t \text{ is uit te drukken in de vergelijking}$$

$$(Pa_0 + \mathfrak{N}) \frac{a_0}{2 \mathfrak{J} i} < (Pa_0 + \mathfrak{N}) \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} i} + \mathfrak{N} \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + \frac{e}{a_0}$$

of

$$(Pa_0 + \mathfrak{N}) \frac{a_0}{6 \mathfrak{J} i} < \mathfrak{N} \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + \frac{e}{a_0} \quad . -$$

Indien het moment der uitwendige krachten ten opzichte van het vlak A B gelijk M gesteld wordt, is

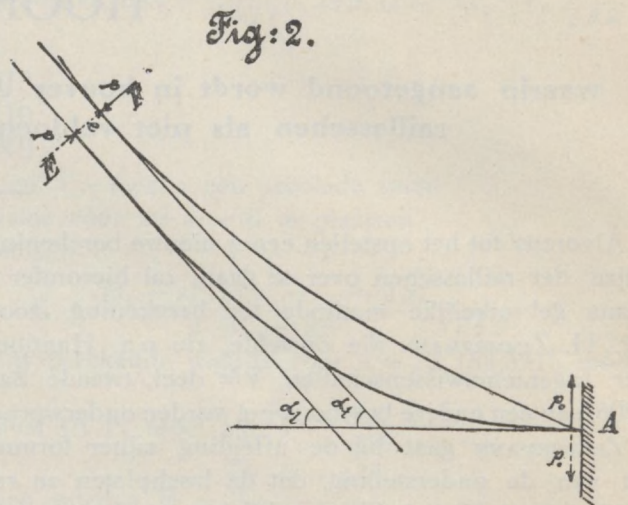
$M = Pa_0 + \mathfrak{N}$, zoodat de bovenstaande voorwaarde ook kan geschreven worden in den vorm:

$$M \frac{a_0}{6 \mathfrak{J} i} < \mathfrak{N} \frac{a_0}{3 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} + \frac{e}{a_0} \quad \text{of}$$

$$e > a_0^2 \left(\frac{M}{6 \mathfrak{J} i} - \frac{\mathfrak{N}}{3 \mathfrak{J} \mathfrak{J}} \right).$$

Is alzoo de eerste voorwaarde voor de bruikbaarheid van de formules van Dr. ZIMMERMANN, dat de hoek α_l niet grooter mag worden dan α_t , dit is geenszins de eenige voorwaarde. Ook voor het grensgeval $\alpha_l = \alpha_t$

blijkt, dat niet onder alle omstandigheden de loop der elastische lijnen van rails en laschplaten zoo kan zijn, als met de theorie van ZIMMERMANN overeenkomt.



Het is n.l. niet alleen noodzakelijk, dat in de doorsnede E F (zie fig. 1) de afstand der neutrale lijnen van de vervormde rail en laschplaten gelijk e is, maar tusschen de doorsneden A B en E F mag de onderlinge afstand der neutrale lijnen de waarde van e niet overschrijden. In de practijk kan dit n.l. niet plaats hebben.

Een toestand als in fig. 2 voor de vervormde laschconstructie vergroot weergegeven, waarbij $\alpha_l = \alpha_t$ en de afstand E F gelijk e is, kan in de practijk niet voorkomen. Dat er neiging bestaat tot een dusdanige vormverandering en de toestand, als in fig. 2 geschetst is, volgens ZIMMERMANN'S theorie feitelijk zou moeten ontstaan, moge nog uit het volgende blijken.

In fig. 2 stelt A F de elastische lijn van de vervormde rail voor, terwijl A E die der laschplaten weergeeft. De laschplaat, in A ingeklemd gedacht, wordt in E belast met een kracht p. De elastische lijn heeft dus een zóódanig verloop, dat de kromming van E tot A toeneemt, de kromtestraal van E tot A afneemt.

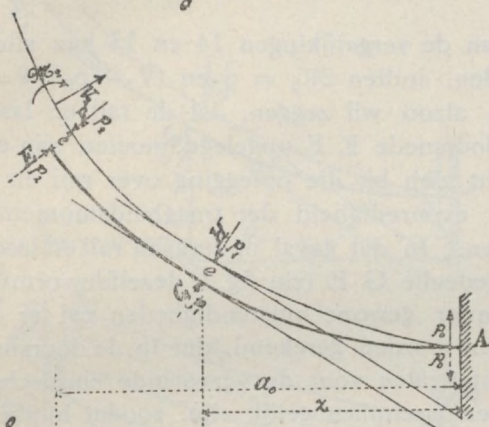
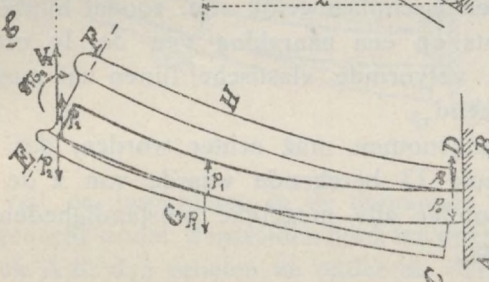
Bij de rail is het omgekeerde het geval. De rail bij F ingeklemd gedacht, wordt bij A belast. Voor de vervormde elastische lijn neemt de kromming van F tot A af en de kromtestraal van F tot A toe.

De elastische lijnen hebben alzoo het karakter als in fig. 2 is geteekend.

Alleen dan zal mogen worden aangenomen, dat de onderlinge afstand der elastische lijnen nergens het bedrag e overschrijdt, als in de punten E en F niet alleen de beide raaklijnen evenwijdig loopen, maar bovendien als grensgeval de kromtestralen voor beide lijnen even groot zijn. Aangezien in het punt E de kromtestraal van de laschplaat volgens deze onderstellingen oneindig is, moet het voorgaande opgevat worden in dien zin, dat tusschen de doorsneden E F en A een aanrakingspunt tusschen rail en laschplaten in een bepaalde

doorsnede GH is te zoeken, waarvoor dan als grensgeval moet gelden, dat de raaklijnen der vervormde elastische lijnen van rail en laschplaat evenwijdig zijn, de kromtestralen gelijk zijn en de afstand tusschen beide e bedraagt.

De vervormde elastische lijnen zullen zich dan voordoen als hieronder in fig. 3^a is geschetst.

Fig: 3^aFig: 3^b

De krachten, wier richtingen in werkelijkheid weinig van de verticale zullen afwijken, zijn voor de duidelijkheid loodrecht op de elastische lijnen geteekend. De vervorming is zeer overdreven weergegeven.

In fig. 3^b zijn rail en laschplaat aangegeven, terwijl de krachten verticaal zijn geteekend.

Indien wordt genoemd;

- $\mathfrak{M}_2$ het moment in de rail voorkomend in de doorsnede EF; dat is de doorsnede aan 't einde der laschplaat;
- V_2 de afschuivende kracht in de rail aldaar als gevolg der uitwendige krachten;
- p_2 de kracht, die rail en laschplaten in die doorsnede op elkander uitoefenen en welke kracht voor de rail naar beneden en voor de laschplaat naar boven is gericht;
- p_1 de kracht door rail en laschplaten op elkander in doorsnede GH uitgeoefend, wederom voor de rail naar beneden en voor de laschplaat naar boven gericht;
- p_0 de kracht door rail en laschplaten in doorsnede CD op elkander uitgeoefend; thans voor de rail naar boven en voor de laschplaat naar beneden gericht;
- a_0 de halve lengte van de laschplaat;

z de afstand van het aangrijpingspunt van de kracht p_1 tot de doorsnede AB, welke doorsnede samenvallend gedacht wordt met CD;

e (overeenkomstig het voorgaande), de speling in verticalen zin tusschen de rail en de laschplaten;

i het traagheidsmoment der beide laschplaten;

$\mathfrak{J}$ het traagheidsmoment van de rail;

dan zou voor de doorsnede GH gelden:

1^e dat aldaar de raaklijnen aan de vervormde elastische lijnen evenwijdig loopen,

2^e dat de vervormde elastische lijnen dezelfde kromtestraal hebben, hetgeen vordert, dat voor die doorsneden de momenten in de rail en de laschplaten optredend zich verhouden als de traagheidsmoment $\mathfrak{J}$ en i , en

3^e dat de afstand van de elastische lijnen van rail en laschplaten e bedraagt.

Wordt het moment van de op de constructie werkende uitwendige krachten voor de doorsnede GH M_1 genoemd en wordt verder genoemd:

m_1 het moment, dat in de laschplaten optreedt in deze doorsnede GH en

$\mathfrak{M}_1$ het moment, dat in de rail optreedt in die doorsnede, dan geldt volgens de tweede voorwaarde:

1) $m_1 : \mathfrak{M}_1 = i : \mathfrak{J}$, terwijl

2) $m_1 + \mathfrak{M}_1 = M_1$, waaruit volgt, dat

3) $m_1 = M_1 \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$, terwijl $\mathfrak{M}_1 = M_1 \frac{\mathfrak{J}}{i + \mathfrak{J}}$

Uit het evenwicht der op de rail werkende krachten volgt, dat:

4) $p_0 \times z = M_1 - m_1$ of $p_0 = \frac{M_1 - m_1}{z}$

Wordt de schuifkracht voor de rail in een doorsnede tusschen EF en GH gelegen V_1 genoemd, dan is:

$$V_1 = V_2 - p_2$$

Uit het verticale evenwicht volgt dan, dat

$$p_0 = p_1 - V_1, \text{ zoodat}$$

$$(p_1 - V_1) z = M_1 - m_1, \text{ dus}$$

5) $p_1 = V_1 + \frac{M_1 - m_1}{z} = V_2 - p_2 + \frac{M_1 - m_1}{z}$

De laschplaat, in de doorsnede AB ingeklemd gedacht, kan in de doorsnede GH belast gedacht worden door een moment m_1 en een afschuivende kracht V_1 , tusschen de doorsneden GH en AB voorkomend, welke kracht gelijk is aan de som van p_1 en p_2 zoodat:

$$6) \quad v_1 = V_2 + \frac{M_1 - m_1}{z}.$$

Voor de hoekverandering van de laschplaat in de doorsnede GH valt dus neer te schrijven, als de laschplaat in doorsnede AB ingeklemd gedacht wordt.:

$$7) \quad \alpha_1 = v_1 \frac{z^2}{2 \mathfrak{J} i} + m_1 \frac{z}{\mathfrak{J} i} =$$

$$= V_2 \frac{z^2}{2 \mathfrak{J} i} + M_1 \frac{z}{2 \mathfrak{J} i} - m_1 \frac{z}{2 \mathfrak{J} i} + m_1 \frac{z}{\mathfrak{J} i} =$$

$$= (V_2 z + M_1 + m_1) \frac{z}{2 \delta i}.$$

De doorbuiging daar ter plaatse is als volgt te berekenen:

$$\begin{aligned} 8) \delta_{i1} &= v_1 \frac{z^3}{3 \delta i} + m_1 \frac{z^2}{2 \delta i} = \\ &= V_2 \frac{z^3}{3 \delta i} + M_1 \frac{z^2}{3 \delta i} - m_1 \frac{z^3}{3 \delta i} + m_1 \frac{z^2}{2 \delta i} = \\ &= (2 V_2 z + 2 M_1 + m_1) \frac{z^2}{6 \delta i} \end{aligned}$$

In overeenstemming met de onderstellingen kan de rail ter berekening der vormveranderingsgroottheden in doorsnede G H onder den hoek α_1 ingeklemd worden gedacht.

Wordt de doorbuiging, die het gevolg is der werking van de kracht p_0 op de rail, δr_0 genoemd, zoo zal de vormverandering aan de voorwaarde moeten voldoen, die uitgedrukt is in onderstaande vergelijking.

9) $\delta_{i1} + e - \alpha_1 z + \delta r_0 = 0$, in welke formule

10) $\delta r_0 = p_0 \frac{z^3}{3 \delta \mathfrak{J}} = (M_1 - m_1) \frac{z^2}{3 \delta \mathfrak{J}}$; het laatste in verband met 4).

De vergelijking 9) gaat in verband met 7), 8) en 10) over in:

$$11) e - (V_2 z + M_1 + 2 m_1) \frac{z^2}{6 \delta i} + (M_1 - m_1) \frac{z^2}{6 \delta \mathfrak{J}} = 0.$$

Aangezien V_2 voorstelt de verticaalkracht in de constructie voorkomende, en deze tusschen de doorsneden A B en E F constant is, terwijl M_1 voorstelt het moment der uitwendige krachten voor de doorsnede G H, zoo is $V_2 z + M_1$ gelijk aan het moment der uitwendige krachten voor de doorsnede A B.

Wordt genoemd:

M_0 het moment der uitwendige krachten ten opzichte van de doorsnede A B, zoo geldt:

$$12) M_0 = V_2 z + M_1,$$

terwijl volgens 3) $m_1 = M_1 \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$, zoodat ingevuld in 11):

$$e - \left(M_0 - 2 M_1 \frac{i}{i + \mathfrak{J}} \right) \frac{z^2}{6 \delta i} + M_1 \left(1 - \frac{i}{i + \mathfrak{J}} \right) \frac{z^2}{2 \delta \mathfrak{J}} = 0,$$

of $e - M_0 \frac{z^2}{6 \delta i} = 0$, waaruit volgt

$$13) z = \sqrt{\frac{6 \delta i e}{M_0}}$$

Gaat men thans na, aan welke voorwaarden de groottheden $\mathfrak{N}_2$, V_2 , p_2 en a_0 moeten voldoen om de geteekende vormverandering mogelijk te maken, zoo kan allereerst de vergelijking worden opgesteld, waarin de voorwaarde wordt uitgedrukt, dat $\mathfrak{N}_1$ en m_1 zich moeten verhouden als de traagheidsmomenten van rail en laschplaten, alzoo:

$$14) \frac{\mathfrak{N}_2 + (V_2 - p_2) (a_0 - z)}{\mathfrak{J}} = \frac{p_2 (a_0 - z)}{i}$$

In de tweede plaats zal, bij de onderstelling van inklemming in de doorsnede G H voor rail en laschplaten onder denzelfden hoek, de doorbuiging voor beide in doorsnede E F gelijk moeten zijn, hetgeen de vergelijking levert:

$$\mathfrak{N}_2 \frac{(a_0 - z)^2}{2 \delta \mathfrak{J}} \left(+ (V_2 - p_2) \right) \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta \mathfrak{J}} = p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta i}, \text{ of}$$

$$15) \frac{\frac{3}{2} \mathfrak{N}_2 + (V_2 - p_2) (a_0 - z)}{\mathfrak{J}} = \frac{p_2 (a_0 - z)}{i}$$

Aan de vergelijkingen 14 en 15 kan alleen voldaan worden, indien $\mathfrak{N}_2 = 0$ en $(V_2 - p_2) : \mathfrak{J} = p_2 : i$, hetgeen alzoo wil zeggen, dat de rail en laschplaten in de doorsnede E F opgelegd moeten zijn en de schuifkracht zich bij die oplegging over rail en laschplaten naar evenredigheid der traagheidsmomenten zal verdeelen. In dat geval ondergaan rail en laschplaat over het gedeelte G E (zie fig. 3) dezelfde vormverandering.

Onder gewone omstandigheden zal er dus niet op mogen worden gerekend, dat in de doorsnede G H de kromtestralen voor de vervormde elastische lijnen van rail en laschplaat gelijk zijn, zoodat in die doorsnede slechts op een aanraking van de 1^e orde tusschen deze vervormde elastische lijnen zal mogen worden gerekend.

Aangenomen mag echter worden, dat de volgens formule 13 berekende waarde van z de grootste is, die onder alle mogelijke omstandigheden kan voorkomen.

In het algemeen zal voor het belastingsgeval, zooals voorgesteld in fig. 3, er dus slechts op mogen worden gerekend, dat in doorsnede G H, alwaar de krachten p_1 op rail en laschplaten aangrijpen, de raakklijnen aan de vervormde elastische lijnen evenwijdig zijn. De krachten door de rail en de laschplaten op elkander uitgeoefend zijn in de figuur aangegeven. Daarbij zijn de krachten op de laschplaten werkend gestippeld ter onderscheiding van de tegengesteld gerichte en gelijk groote krachten, die op de rail werken.

Wordt de afstand van de doorsnede G H tot de doorsnede A B wederom z gesteld, zoo moet thans het doel zijn de onbekenden p_0 , p_1 , p_2 en z te berekenen, als $\mathfrak{N}_2$, V_2 , a_0 , $\mathfrak{J}$ en i bekend zijn.

Overeenkomstig de voorgaande beschouwingen wordt de laschplaat in 't midden ingeklemd gedacht.

Uit het evenwicht der op de rail werkende krachten is de formule af te leiden:

I) $V_2 + p_0 - p_1 - p_2 = 0$, of $p_0 = p_1 + p_2 - V_2$ en tevens

$$\begin{aligned} \text{II) } \mathfrak{N}_2 + V_2 a_0 - p_2 a_0 - p_1 z &= 0, \text{ of} \\ p_2 &= \frac{\mathfrak{N}_2}{a_0} + V_2 - p_1 \frac{z}{a_0}. \end{aligned}$$

Dit gesubstitueerd in I geeft:

$$I^1) p_0 = \frac{\mathfrak{N}_2}{a_0} + p_1 \frac{a_0 - z}{a_0}$$

Fig: 3a

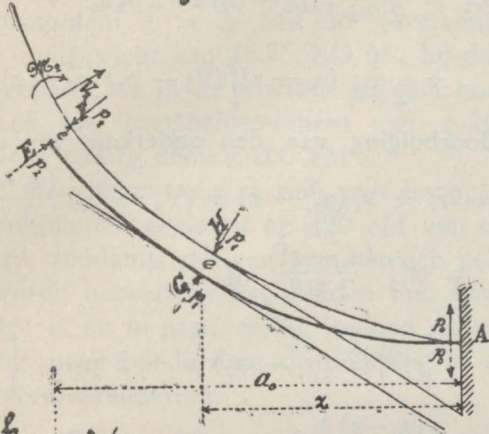
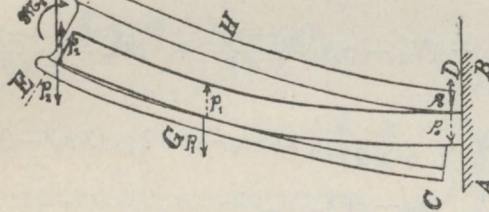


Fig: 3b



Worden rail en laschplaten in de doorsnede GH ingeklemd gedacht onder denzelfden hoek ten opzichte van het vlak AB, dan moeten ze onder de werking der geteekende krachten in de doorsnede EF dezelfde doorbuiging ondervinden, hetgeen aanleiding geeft tot het opstellen van de formule:

$$(V_2 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{3 \mathfrak{E} i} + \mathfrak{N}_2 \frac{(a_0 - z)^2}{2 \mathfrak{E} i} = p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \mathfrak{E} i}$$

$$III) \frac{2(V_2 - p_2)(a_0 - z) + 3 \mathfrak{N}_2}{\mathfrak{E} i} = \frac{2 p_2 (a_0 - z)}{i}$$

$$\text{Uit II volgt } V_2 - p_2 = p_1 \frac{z}{a_0} - \frac{\mathfrak{N}_2}{a_0}$$

in verband waarmede III te vervormen is tot:

$$III^1) \frac{\mathfrak{N}_2 (a_0 + 2z) + 2 p_1 z (a_0 - z)}{\mathfrak{E} i} - \frac{2(\mathfrak{N}_2 + V_2 a_0)(a_0 - z) - 2 p_1 z (a_0 - z)}{i} = 0$$

Voor het gedeelte rechts van de doorsnede GH geldt het volgende.

Wordt de rail in de doorsnede GH ingeklemd onder den hellingshoek, die de elastische lijn van de laschplaten aldaar heeft, en met de kracht p_0 belast, dan moet de doorbuiging e meer bedragen, dan de doorbuiging, die de laschplaat tusschen de doorsnede AB en GH vertoont. De waarde van e stelt dan wederom de totale speelruimte voor, die tusschen de laschplaten en de rail in verticalen zin bestaat,

Wordt genoemd:

α_1 de hoekverandering van de laschplaat voor de doorsnede GH ten opzichte der doorsnede AB, dan is:

$$\alpha_1 = (p_1 + p_2) \frac{z^2}{2 \mathfrak{E} i} + p_2 (a_0 - z) \frac{z}{\mathfrak{E} i} = \frac{z}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ (p_1 - p_2) z + 2 p_2 a_0 \right\}$$

Wordt de doorbuiging van de laschplaat in de doorsnede GH, ten opzichte van de doorsnede A B, genoemd δ_{l1} zoo geldt:

$$\delta_{l1} = (p_1 + p_2) \frac{z^3}{3 \mathfrak{E} i} + p_2 (a_0 - z) \frac{z^2}{2 \mathfrak{E} i} = \frac{z^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ (2 p_1 - p_2) z + 3 p_2 a_0 \right\}$$

Wordt de doorbuiging van de rail in doorsnede A B, ten opzichte der doorsnede GH, — onder de werking van de kracht $p_0 - \delta r_0$ genoemd, dan is:

$$\delta r_0 = p_0 \frac{z^3}{3 \mathfrak{E} i}$$

De hierboven omschreven voorwaarde, waaraan de vormverandering moet voldoen, is als volgt in vergelijking te brengen:

$$\delta_{l1} + e - \alpha_1 z + \delta r_0 = 0, \text{ of wel}$$

$$\frac{z^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ (2 p_1 - p_2) z + 3 p_2 a_0 \right\} + e - \frac{z^2}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ (p_1 - p_2) z + 2 p_2 a_0 \right\} + p_0 \frac{z^3}{3 \mathfrak{E} i} = 0,$$

of vereenvoudigd:

$$IV) p_0 \frac{z^3}{3 \mathfrak{E} i} - \frac{z^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ 3 p_2 a_0 - (2 p_2 - p_1) z \right\} + e = 0$$

In verband met II en I' wordt deze vergelijking:

$$\frac{2 \mathfrak{N}_2}{a_0} \frac{z^3}{\mathfrak{E} i} + 2 p_1 \frac{a_0 - z}{a_0} \frac{z^3}{\mathfrak{E} i} - \frac{z^2}{i} \left\{ 3 \left(\frac{\mathfrak{N}_2}{a_0} + V_2 \right) a_0 - 2 p_1 z - 2 \left(\frac{\mathfrak{N}_2}{a_0} + V_2 \right) z + 2 p_1 \frac{z^2}{a_0} \right\} + 6 \mathfrak{E} e = 0,$$

of:

$$IV^1) \frac{2 \mathfrak{N}_2 z^3 + 2 p_1 (a_0 - z) z^3}{\mathfrak{E} i} - \frac{(\mathfrak{N}_2 + V_2 a_0) (3 a_0 - 2 z) z^2 - 2 p_1 z (a_0 - z) z^2}{i} + 6 \mathfrak{E} e a_0 = 0$$

Door vermenigvuldiging van beide termen van III' met z^2 en de beide leden af te trekken van IV' wordt verkregen:

$$IV^{11}) \frac{\mathfrak{N}_2 (2 z - a_0 - 2 z) z^2}{\mathfrak{E} i} - \frac{(\mathfrak{N}_2 + V_2 a_0) (3 a_0 - 2 z - 2 a_0 + 2 z) z^2}{i} + 6 \mathfrak{E} e a_0 = 0,$$

waaruit volgt:

$$z^2 = 6 \mathfrak{E} e : \left(\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{E} i} + \frac{\mathfrak{N}_2 + V_2 a_0}{i} \right),$$

zoodat

$$z = \sqrt{\frac{6 \mathfrak{E} e}{\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{J}} + \frac{\mathfrak{M}_2 + V_2 a_0}{i}}} \text{ of, indien wordt gesteld}$$

$M_0 = \mathfrak{M}_2 + V_2 a_0$, zoodat M_0 weer het moment der uitwendige krachten ten opzichte van de doorsnede A B voorstelt, dan is:

$$16) \quad z = \sqrt{\frac{6 \mathfrak{E} e}{\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{J}} + \frac{\mathfrak{M}_0}{i}}}$$

Is z berekend, dan is de waarde van p_1 uit de vergelijking III¹ te bepalen. Uit die vergelijking volgt n.l.:

$$2 p_1 z (a_0 - z) \left(\frac{1}{\mathfrak{J}} + \frac{1}{i} \right) = \frac{2 (\mathfrak{M}_2 + V_2 a_0) (a_0 - z)}{i} - \frac{\mathfrak{M}_2 (a_0 + 2 z)}{\mathfrak{J}},$$

of

$$17) \quad p_1 = \frac{2 M_0 (a_0 - z) \mathfrak{J} + \mathfrak{M}_2 (a_0 + 2 z) i}{2 z (a_0 - z) (\mathfrak{J} + i)},$$

terwijl dan uit II volgt:

$$18) \quad p_2 = \frac{2 M_0 (a_0 - z) i + \mathfrak{M}_2 (a_0 + 2 z) i}{2 a_0 (a_0 - z) (\mathfrak{J} + i)}$$

en uit I'

$$19) \quad p_0 = \frac{2 M_0 (a_0 - z) \mathfrak{J} - \mathfrak{M}_2 (a_0 i - 2 z \mathfrak{J})}{2 a_0 z (\mathfrak{J} + i)}.$$

Voor de vormverandering van het stelsel valt het ondervolgende te berekenen.

Voor de doorsnede G H ten opzichte van het inklemmingsvlak A B is reeds berekend:

de doorbuigingshoek voor rail en laschplaat:

$$20) \quad \alpha_1 = \frac{z}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ (p_1 - p_2) z + 2 p_2 a_0 \right\};$$

de doorbuiging voor de laschplaat en onderkant rail:

$$21) \quad \delta_1 = \delta_{r1} = \delta_{l1} = \frac{z^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ (2 p_1 - p_2) z + 3 p_2 a_0 \right\}.$$

Voor den hoek, dien de elastische lijn van de rail in de doorsnede C D maakt met de inklemmingsrichting van de laschplaat in doorsnede A B, is te berekenen:

$$\alpha_{ro} = \alpha_1 - p_0 \frac{z^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}}, \text{ alsoo}$$

$$22) \quad \alpha_{ro} = \frac{z}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ (p_1 - p_2) z + 2 p_2 a_0 \right\} - \frac{z^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} p_0.$$

Voor de doorsnede E F is te berekenen: de doorbuigingshoek voor de rail, t.w.

$$\alpha_{r2} = \alpha_1 + (V_2 - p_2) \frac{(a_0 - z)^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + \mathfrak{M}_2 \frac{a_0 - z}{\mathfrak{E} \mathfrak{J}}, \text{ of}$$

$$23) \quad \alpha_{r2} = \frac{z}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ (p_1 - p_2) z + 2 p_2 a_0 \right\} + \frac{1}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} (a_0 - z) \left\{ (V_2 - p_2) (a_0 - z) + 2 \mathfrak{M}_2 \right\},$$

de doorbuiging van den onderkant van de rail, t.w.

$$\delta_{r2} = \delta_{r1} + \alpha_1 (a_0 - z) + (V_2 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + \mathfrak{M}_2 \frac{(a_0 - z)^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}}, \text{ of}$$

$$\delta_{r2} = \frac{z^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ (2 p_1 - p_2) z + 3 p_2 a_0 \right\} + \frac{z(a_0 - z)}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ (p_1 - p_2) z + 2 p_2 a_0 \right\} + (V_2 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + \mathfrak{M}_2 \frac{(a_0 - z)^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}}, \text{ of}$$

$$24) \quad \delta_{r2} = \frac{z}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \left\{ p_1 z (3 a_0 - z) + 2 p_2 (3 a_0^2 - 3 a_0 z + z^2) \right\} + \frac{(a_0 - z)^2}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \left\{ 2 (V_2 - p_2) (a_0 - z) + 3 \mathfrak{M}_2 \right\}.$$

De substitutie der waarden voor p_1 , p_2 en p_0 , zooals die gevonden zijn in de vergelijkingen 17 tot en met 19, voert niet tot eenvoudiger vormen, zoodat het 't meest practisch lijkt ter bepaling der grootheden, waarvoor de formules 20 tot en met 24 zijn opgesteld, allereerst de waarden van z , p_1 , p_2 en p_0 te berekenen.

Voor het geval, dat $\mathfrak{M}_2$ gelijk o is, verkrijgt z zijn maximum waarde, welke gelijk wordt aan:

$$25) \quad z (\mathfrak{M}_2 = 0) = \sqrt{\frac{6 \mathfrak{E} e i}{M_0}}, \text{ hetgeen overeenkomt met 13) en voor welk geval dan in verband met 17)}$$

$$26) \quad p_1 (\mathfrak{M}_2 = 0) = M_0 \frac{\mathfrak{J}}{2 (\mathfrak{J} + i)}$$

$$27) \quad p_2 (\mathfrak{M}_2 = 0) = M_0 \frac{i}{a_0 (\mathfrak{J} + i)} \text{ en}$$

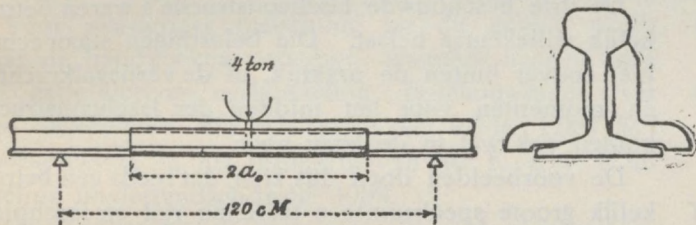
$$28) \quad p_0 (\mathfrak{M}_2 = 0) = M_0 \frac{a_0 - z}{a_0 z} \frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{J} + i}$$

Toepassing op een geval der praktijk.

Twee railleinden worden met behulp van twee laschplaten aan elkaar verbonden. Het railprofiel heeft een traagheidsmoment $\mathfrak{J} = \pm 540 \text{ cM}^4$ (overeenkomend met een railgewicht van 25,75 KG/M', bij de SS op Java toegepast); de in de schets geteekende hoeklaschplaat heeft een traagheidsmoment van $\pm 100 \text{ cM}^4$, zoodat voor i is te nemen 200 cM^4 .

Wordt het samenstel van rails met laschplaten op twee steunpunten geplaatst op 120 cM van elkander verwijderd, zóódanig, dat een symmetrisch geheel gevormd wordt, hetwelk in het midden met 4 ton wordt belast, dan is na te gaan, welke invloed de lengte der laschplaten heeft op de door de belasting te weeg gebrachte vormverandering.

Fig: 4.



$$\begin{aligned}\text{Voor dit geval is } \mathfrak{J} &= 540 \text{ cM}^4 \\ i &= 200 \text{ cM}^4 \\ V_2 &= 2 \text{ ton} \\ \mathfrak{E} &= 2200 \text{ ton/cM}^2\end{aligned}$$

$$M_0 = V_2 \times 60, \text{ terwijl voor een halve laschplaatlengte van } a_0 \text{ cM, } \mathfrak{N}_2 = V_2 \times (60 - a_0)$$

De formule 16
$$z = \sqrt{\frac{6 \mathfrak{E} e}{\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{J}} + \frac{M_0}{i}}} \text{ is dus}$$

als volgt te vereenvoudigen:

$$z = \sqrt{\frac{6 \times 2200 \times e}{2 \left(\frac{60 - a_0}{540} + \frac{60}{200} \right)}} = \sqrt{\frac{3564000}{222 - a_0}} \sqrt{e}$$

Dus voor $a_0 = 60 \quad 50 \quad 40 \quad 30 \quad 20 \quad 10$
volgt $z = 148 \sqrt{e} \quad 144 \sqrt{e} \quad 140 \sqrt{e} \quad 136 \sqrt{e} \quad 133 \sqrt{e} \quad 129,7 \sqrt{e}$

In verband hiermede is het ondervolgende lijstje voor de waarden, die z voor verschillende grootten van e en verschillende waarden van a_0 verkrijgt, samen te stellen.

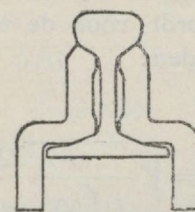
Waarden voor z voor belasting volgens fig: 4.

e in cM.	$a_0 = 60$	$a_0 = 50$	$a_0 = 40$	$a_0 = 30$	$a_0 = 20$	$a_0 = 10$
0,01	14,8	14,4	14,0	13,6	13,3	13,0
0,02	21,0	20,4	19,8	19,2	18,8	
0,03	25,6	25,0	24,3	23,6	23,0	
0,04	29,6	28,8	28,0	27,2		
0,05	33,1	32,2	31,3	30,4		
0,06	36,3	35,3	34,3			
0,07	39,2	38,1	37,0			
0,08	41,8	40,7	39,6			
0,09	44,4	43,2	42,0			
0,10	46,8	45,5				
0,11	49,2	47,7				
0,12	51,2	49,8				
0,13	53,4	51,9				
0,14	55,4					
0,15	57,3					
0,16	59,2					
0,17	61,0					

Het blijkt alzoo o. a. dat bij een laschplaatlengte van 100 cM. de speelruimte e een waarde moet bezitten grooter dan 0,12 cM., wil eene berekeningswijze in overeenstemming met die van Dr. H. ZIMMERMANN van toepassing zijn.

Wordt bij hetzelfde railprofiel de laschplaat toegepast, die in fig: 5 is geschetst en waarvoor $i = 2 \times 302 = 604 \text{ cM}^4$,

Fig: 5.



zoo wordt formule 16

$$\begin{aligned}z &= \sqrt{\frac{6 \mathfrak{E} e}{\frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{J}} + \frac{M_0}{i}}} = \sqrt{\frac{6 \times 2200}{\frac{60 - a_0}{540} + \frac{60}{604}}} \sqrt{\frac{e}{V_2}} = \\ &= \sqrt{\frac{7128000}{113,6 - a_0}} \sqrt{\frac{e}{V_2}}\end{aligned}$$

Wordt in verband met de sterkere laschplaat voor den raddruk 8 ton en voor V_2 4 ton aangehouden, zoo is

$$z = \sqrt{\frac{1782000}{113,6 - a_0}} \sqrt{e}$$

Voor a_0 60 | 50 | 40 | 30 | 20 | 10
bedraagt z 182 $\sqrt{e}$ | 167 $\sqrt{e}$ | 156 $\sqrt{e}$ | 146 $\sqrt{e}$ | 138 $\sqrt{e}$ | 131 $\sqrt{e}$
in verband waarmee de onderstaande lijst is samengesteld.

Waarden voor z voor belasting volgens fig. 4
 $\mathfrak{J} = 540$ $i = 604$.

e	$a_0=60$	$a_0=50$	$a_0=40$	$a_0=30$	$a_0=20$	$a_0=10$
0,01	18,2	16,7	15,6	14,6	13,8	13,1
0,02	25,7	23,6	22,0	20,6	19,5	
0,03	31,5	28,9	27,0	25,3		
0,04	36,5	33,5	31,2	29,2		
0,05	40,7	37,3	34,9	32,6		
0,06	44,6	40,8	38,2			
0,07	48,2	44,1	41,3			
0,08	51,5	47,2				
0,09	54,7	50,1				
0,10	57,6					
0,11	60,3					
0,12						
0,13						

De rail der Pruisisch-Hessische Staatsspoorwegen N^o. 6 1885, thans ook bij de Staatsspoorwegen op Java in gebruik, bezit een traagheidsmoment $\mathfrak{J} = 1036,6$ cM⁴. De daarbij gebruikte vleugellaschplaat bezit over haar volle doorsnede een traagheidsmoment van 420 cM⁴, zoodat $i = 2 \times 420 = 840$ cM⁴.

Worden de raileinden met de laschplaten volgens fig. 4 met 10 ton in het midden belast, zoodat $V_2 = 5$ ton, zoo wordt voor de waarde van z volgens formule 16 gevonden:

$$z = \sqrt{\frac{6 \mathfrak{J} e}{\frac{\mathfrak{J}}{2} + \frac{M_0}{i}}} = \sqrt{\frac{6 \times 2200 \times 1036,6}{5 \left(60 - a_0 + \frac{1036,6}{840} \times 60 \right)}} \sqrt{e}$$

$$= \sqrt{\frac{2736624}{134,04 - a_0}} \sqrt{e}$$

Voor a 60 | 50 | 40 | 30 | 20 | 10
is z 192,3 $\sqrt{e}$ | 180,5 $\sqrt{e}$ | 170,6 $\sqrt{e}$ | 162,2 $\sqrt{e}$ | 154,9 $\sqrt{e}$ | 148,5 $\sqrt{e}$

Voor dit geval is dus de onderstaande lijst samen te stellen.

Waarden voor z voor een belastingstoestand volgens fig. 4.
 $\mathfrak{J} = 1036,6$ $i = 840$ $V_2 = 5$

e	$a_0=60$	$a_0=50$	$a_0=40$	$a_0=30$	$a_0=20$	$a_0=10$
0,01	19,2	18,0	17,1	16,2	15,5	14,9
0,02	27,2	25,5	24,1	22,9	21,9	
0,03	33,2	31,2	29,6	28,1		
0,04	38,4	36,1	34,1	32,4		
0,05	42,9	40,3	38,2			
0,06	47,0	44,1	41,8			
0,07	50,8	47,7				
0,08	54,3	51,0				
0,09	57,7					
0,10	60,8					

De drie beschouwde laschconstructie's waren betrekkelijk willekeurig belast. Die belastingen staan echter niet zoover buiten de praktijk, of de verticaalkrachten en momenten voor het midden der laschconstructie komen ook wel in de baan voor.

De voorbeelden doen dus zien, dat reeds een betrekkelijk groote speelruimte e tusschen rail en laschplaat aanwezig moet zijn, wil de theorie van ZIMMERMANN opgaan en zijn berekeningswijze toegepast mogen worden.

De grootte der speelruimte e mag afhankelijk gesteld worden van de nauwkeurigheid van afwerken en het al of niet voldoende aangedraaid zijn der laschbouts. Ze is dus onafhankelijk van de grootte der traagheidsmomenten van de rail en de laschplaten. Voor het vergelijken van verschillende laschconstructie's zal men dus eenzelfde waarde voor e moeten aannemen. Rail en laschplaat zijn er op geconstrueerd deze speelruimte zoo gering mogelijk te doen zijn. Door de laschbouts wordt de laschplaat als een wig aangezet tegen de hellende vlakken van onderkant railkop en bovenkant railvoet. In verband daarmee mag wel worden gezegd, dat een speling van 1 m.M. bepaald een te groote aanname zou zijn en komt men ertoe, indien men van een bepaalde waarde voor e wil uitgaan, daarvoor 0,3 m.M. tot 0,5 m.M. te kiezen, welke waarden dan ter vergelijking van verschillende laschconstructie's voor alle dezelfde zullen moeten worden aangenomen.

HOOFDSTUK II,

waarin de raillassen, zooals die in de spoorbaan voorkomen, aan een nadere beschouwing worden onderworpen.

Bij de berekening van een raillasconstructie, zooals die in de baan voorkomt, is het gebruikelijk vier dwarsliggers in de berekening te betrekken, terwijl aangenomen wordt, dat de dwarsliggers veerende steunpunten vormen, waarvan de reactie evenredig is met de plaatselijke zakking van de rail, waaraan de dwarsligger steun verleent.

De kracht, die als verticale belasting in elk bevestigingspunt van de rails op den dwarsligger aangrijpend, die punten eene zakking van 1 c.M. doet ondergaan, wordt de weerstand van den dwarsligger genoemd en met D aangeduid.

Bedraagt de zakking van de rails boven een dwarsligger y , zoo is de reactie door dien dwarsligger geleverd $P = yD$.

Voor uitvoeriger toelichting op dit gebied wordt naar de handboeken verwezen, zoomede naar de door mij gepubliceerde verhandeling „Beschouwingen over den bovenbouw van het spoor met wijde 1,067 M” voorkomende in het tijdschrift van het K. I. v. I. afdeling Nederlandsch-Indië 1908.

De laschconstructie met zijne veerende steunpunten vormt een statisch onbepaald stelsel.

Ter bepaling van de onbekende reactie's zal men de vormverandering willen kennen, terwijl om zich over de vormverandering (in de eerste plaats de waarde van z) een oordeel te kunnen vormen, het noodzakelijk is de uitwendige krachten, die op het stelsel werken, te weten.

Beschouwe men eerst de in fig: 6 geschetste laschconstructie, waarbij de laschplaat een zoodanige lengte heeft, dat deze juist reikt tot midden laschdwarsliggers.

Bij een railgewicht van 25, 75 K.G./M', bij de S.S. op Java toegepast, met traagheidsmoment van $\pm 540 \text{ cM}^4$, kan het traagheidsmoment van de doorsnede der laschplaten rond 210 cM^4 bedragen.

Van de laschconstructie is bekend:

het traagheidsmoment van de raildoor-

sne $\mathfrak{J} = 540 \text{ cM}^4$,

het traagheidsmoment van de doorsnede

der laschplaten $i = 210 \text{ cM}^4$,

de halve laschdwarsliggerafstand $a_1 = 26 \text{ cM}$,

de normale dwarsliggerafstand $a = 65 \text{ cM}$,

de halve laschplaatlengte a_0 voor dit ge-

val $= a_1 \dots a_0 = 26 \text{ cM}$,

de weerstand van den houten dwarslig-

ger met afmetingen $200 \times 22 \times 12 \text{ cM}^3$

voor een ballastcoëfficiënt $C = 3 \quad D = 6,34 \text{ ton}$,

het weerstandsmoment van de door-

sne van de laschplaat $w = 21,2 \text{ cM}^3$,

het weerstandsmoment van de raildoor-

sne $W = 97,4 \text{ cM}^3$.

De lasch wordt in het midden belast

met een raddruk $G = 5 \text{ ton}$.

De speelruimte tusschen rail en lasch-

platen wordt aangenomen $e = 0,03 \text{ cM}$.

Wordt de reactie van den laschdwarsligger P genoemd en die van den verder gelegen dwarsligger P_1 , zoo geldt:

$$P + P_1 = \frac{1}{2} G = 2,5$$

De grootte van z is volgens formule 16 te berekenen n. 1.

$$z = \sqrt{\frac{6 \delta e}{\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{J}} + \frac{\mathfrak{M}_2 + V_2 a_0}{i}}}, \text{ in welke formule}$$

$$e = 0,03, V_2 = \frac{1}{2} G,$$

$$\text{terwijl } \delta = 2200,$$

zoodat:

$$z = \sqrt{\frac{6 \times 2200 \times 0,03}{\frac{\mathfrak{M}_2}{540} + \frac{\mathfrak{M}_2 + \frac{1}{2} G \times 26}{210}}} = \sqrt{\frac{83160}{1,389 \mathfrak{M}_2 + 13 G}}$$

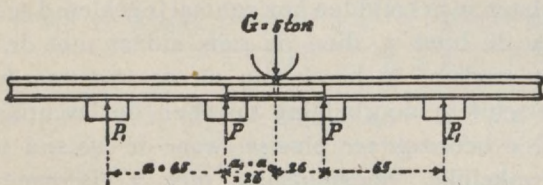
De waarde van z wordt kleiner, naarmate de waarde van den vorm $1,389 \mathfrak{M}_2 + 13 G$ grooter wordt.

$\mathfrak{M}_2$, het moment der uitwendige krachten bij het einde van de laschplaat, dat gelijk is aan $P_1 \times 65$ wordt grooter, naarmate P_1 grooter wordt.

Indien de constructie absoluut stijf was, dus in het geheel niet van vorm veranderde, zou P_1 zijn grootste waarde krijgen en dan gelijk zijn aan P , zoodat

$$P_1 = \frac{1}{4} G.$$

Fig: 6.



Voor dit geval wordt de vorm $1,389 \varpi_2 + 13 G$ gelijk $35,57 G$.

Wil z kleiner zijn dan 26 cM. , zoo moet

$$\sqrt{\frac{35,57 G}{83160}} > \frac{1}{26} \text{ of}$$

$$G > \frac{83160}{26^2 \times 35,57} = 3,46 \text{ ton.}$$

Onder vooropstelling van een absoluut stijve constructie zou de waarde van z voor $G = 5 \text{ ton}$ bedragen:

$$z = \sqrt{\frac{83160}{35,57 \times 5}} = 21,6 \text{ cM.}$$

In werkelijkheid moet deze waarde grooter zijn. Men mag het namelijk reeds een buitengewoon gunstig resultaat noemen, indien de stijfheid van de laschconstructie van dien aard is, dat P_1 half zoo groot is als P , voor welk geval $P_1 = \frac{1}{6} G$. In zoo'n geval wordt de vorm

$$1,389 \varpi_2 + 13 G = 28,05 G, \text{ zoodat}$$

$$\text{wil } z < 26 \quad G > \frac{83160}{26^2 \times 28,05} \text{ of } G > 4,39 \text{ ton.}$$

Onder die vooropstelling wordt voor $G = 5 \text{ ton}$

$$z = \sqrt{\frac{83160}{28,05 \times 5}} = 24,3 \text{ cM.}$$

De waarde van z wordt in het algemeen grooter, naarmate G kleiner is en het traagheidsmoment van de laschplaat grooter is.

Aangezien de raddruk G met betrekking tot de draagkracht van de rail redelijk groot was gekozen en het traagheidsmoment van de laschplaat met betrekking tot dat van de rail betrekkelijk klein, mag voor de in de praktijk toegepaste laschconstructie's het volgende worden vastgesteld:

Indien de laschplaten der laschconstructie niet over de assen der laschdwarsliggers heen schieten, zal in het algemeen de berekeningswijze van ZIMMERMANN toepassing mogen vinden.

Ter nadere beschouwing wordt thans overgegaan tot het meer algemeene geval, dat de laschplaten over de laschdwarsliggers heen verlengd zijn.

Aangezien in sommige gevallen de berekeningsmethode van ZIMMERMANN eveneens nog juist zal blijken n.l. in die gevallen, waarin de waarde van z grooter zal zijn dan de halve laschplaatlengte, wordt volgens de principes van ZIMMERMANN het ondervolgende berekend (overgenomen uit mijne meer aangehaalde „Beschouwingen”).

Teneinde het vraagstuk zoo algemeen mogelijk op te zetten, wordt de belastingtoestand beschouwd, zooals die in fig. 7 is geteekend. De beteekenis der gebruikte letters volgt uit de figuur.

De speelruimte tusschen de rail en de laschplaten in verticalen zin wordt op $e \text{ cM}$ gesteld.

Het is in de praktijk mogelijk de reactie's van den laschdwarsligger P of op de rail te doen aangrijpen, dan wel op de laschplaten, waarbij deze laatste dan beneden den railvoet moeten reiken. Voor het laatste geval, dat mede onder oogen zal worden gezien, gelden de tot nu toe bekende formules van ZIMMERMANN niet.

Ter onderscheiding zal worden aangeduid met

- Laschconstructie I een zoodanige, waarbij de reactie's door de laschdwarsliggers geleverd aangrijpen op de railvoeten en met
- Laschconstructie II een zoodanige, waarbij de laschplaten beneden de railvoeten reiken en de reactie's door de laschdwarsliggers geleverd op de laschplaten aangrijpen.

GEVAL I A.

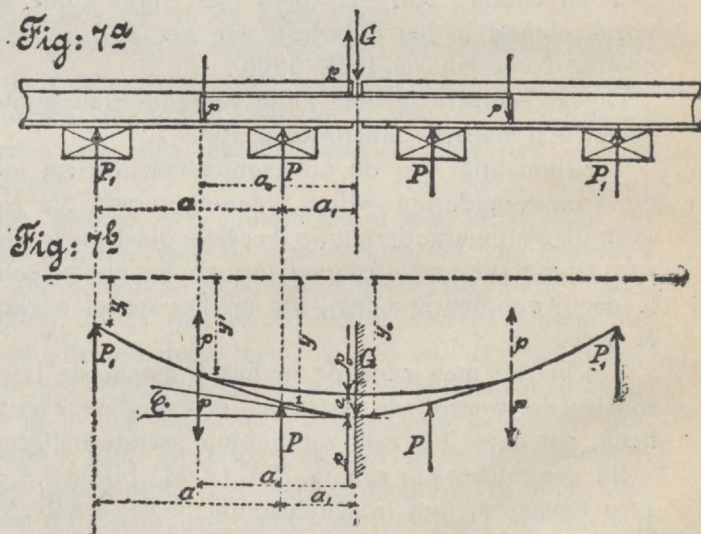
De laschplaatlengte is grooter dan de laschdwarsliggerafstand of $a_0 > a_1$.

De waarde van z is niet kleiner dan a_0 .

De beginselen van de theorie van ZIMMERMANN mogen dus worden toegepast.

De reactie van den laschdwarsligger P wordt gedacht op den railvoet te werken.

Laschconstructie I.



Dit geval is in fig. 7^a geteekend.

Fig. 7^b geeft een voorstelling der vormverandering van het geheel.

Wordt ondersteld, dat de radbelasting G voor de helft op elk der samenkomende railkoppen aangrijpt, dan is het geheel symmetrisch belast. Worden de laschplaten in het midden horizontaal ingeklemd gedacht, dan is de hoek φ , dien de rails aldaar met de horizontale maken, te berekenen uit de voorwaarde, dat het verschil in doorbuiging tusschen de laschplaat en de rail e bedraagt ter plaatse, waar de afstand tot de oorspronkelijke hoogteligging met y' is aangeduid (zie fig. 7b).

De wijze, waarop P bepaald wordt, blijkt uit den loop der onderstaande bewerkingen. *)
Voor het evenwicht gelden de vergelijkingen:

$$1) \quad P + P_1 = \frac{1}{2} G \\ \text{of} \quad P_1 = \frac{1}{2} G - P$$

$$2) \quad Pa_1 + P_1 (a + a_1) = pa_0 \\ \text{of} \quad pa_0 = \frac{1}{2} G (a + a_1) - Pa$$

Uit de vormverandering blijkt:

$$y' = y_0 - e - p \frac{a_0^3}{3 \delta i} = y_0 - a_0 \varphi - P \frac{a_1^3}{3 \delta j} - P (a_0 - a_1) \frac{a_1^2}{2 \delta j} + p \frac{a_0^3}{3 \delta j} - P_1 \frac{a_0^3}{3 \delta j} - P_1 (a + a_1 - a_0) \frac{a_0^2}{2 \delta j},$$

of

$$a_0 \varphi = \frac{1}{2} G \left(\frac{(a + a_1) a_0^2}{3 \delta i} - \frac{a_0^2 (a + a_1 - a_0)}{6 \delta j} \right) - P \left(\frac{a a_0^2}{3 \delta i} + \frac{(a_0 - a_1)^3 - a a_0^2}{6 \delta j} \right) + e.$$

Verder is

$$y = y_0 - a_1 \varphi - P \frac{a_1^3}{3 \delta j} + p \frac{a_1^3}{3 \delta j} + p (a_0 - a_1) \frac{a_1^2}{2 \delta j} - P_1 \frac{a_1^3}{3 \delta j} - P_1 a \frac{a_1^2}{2 \delta j},$$

of vereenvoudigd

$$y = y_0 - a_1 \varphi - \frac{1}{2} G \frac{a_1^3 \frac{a + a_1 - a_0}{a_0}}{6 \delta j} + P \frac{a_1^3 \frac{a}{a_0}}{6 \delta j},$$

terwijl

$$y_1 = y_0 - (a + a_1) \varphi - P \frac{a_1^3}{3 \delta j} - P a \frac{a_1^2}{2 \delta j} + p \frac{a_0^3}{3 \delta j} + p (a + a_1 - a_0) \frac{a_0^2}{2 \delta j} - P_1 \frac{(a + a_1)^3}{3 \delta j},$$

hetgeen vervormd kan worden tot

$$y_1 = y_0 - (a + a_1) \varphi - \frac{1}{2} G \frac{2(a + a_1)^3 - 3a_0(a + a_1)^2 + a_0^2(a + a_1) - a_1^3 \frac{a + a_1 - a_0}{a_0}}{6 \delta j} - P \frac{a_1^2(3a + 2a_1) + aa_0(3a + 3a_1 - a_0) - 2(a + a_1)^3}{6 \delta j}.$$

Door y_1 van y af te trekken wordt verkregen

$$y - y_1 = a \varphi + \frac{1}{2} G \frac{2(a + a_1)^3 - 3a_0(a + a_1)^2 + a_0^2(a + a_1) - a_1^3 \frac{a + a_1 - a_0}{a_0}}{6 \delta j} - P \frac{2(a + a_1)^3 - a_1^2(3a + 2a_1) - aa_0(3a + 3a_1 - a_0) - a_1^3 \frac{a}{a_0}}{6 \delta j}$$

Nu is

$$y - y_1 = \frac{P - P_1}{D} = \frac{2P - \frac{1}{2}G}{D}, \text{ terwijl}$$

$$a \varphi = \frac{1}{2} G \left(\frac{(a + a_1) aa_0}{3 \delta i} - \frac{aa_0(a + a_1 - a_0)}{6 \delta j} \right) - P \left(\frac{a^2 a_0}{3 \delta i} + \frac{(a_0 - a_1)^3 \frac{a}{a_0} - a^2 a_0}{6 \delta j} \right) + \frac{a}{a_0} e$$

Deze waarden in de formule ingevuld geeft:

$$\frac{2P - \frac{1}{2}G}{D} = \frac{1}{2} G \left(\frac{aa_0(a + a_1)}{3 \delta i} + \frac{2(a + a_1)^3 - 3a_0(a + a_1)^2 + a_0^2(a + a_1) + aa_0^2 - aa_0(a + a_1) - a_1^3 \frac{a + a_1 - a_0}{a_0}}{6 \delta j} \right) - P \left(\frac{a^2 a_0}{3 \delta i} + \frac{2(a + a_1)^3 - aa_0(3a + 3a_1 - a_0) - a_1^2(3a + 2a_1) - a^2 a_0 - \frac{a}{a_0} \{ a_1^3 - (a_0 - a_1)^3 \}}{6 \delta j} \right) + \frac{a}{a_0} e$$

Wordt nu gesteld:

$$\frac{2(a + a_1)^3 - 3a_0(a + a_1)^2 - a_0(a - a_0)(a + a_1) + a a_0^2 - a_1^3 \frac{a + a_1 - a_0}{a_0}}{6 \delta j} = L_1,$$

$$\frac{2(a + a_1)^3 - a a_0(3a + 3a_1 - a_0) - a_1^2(3a + 2a_1) - a^2 a_0 - \frac{a}{a_0} \{ a_1^3 - (a_0 - a_1)^3 \}}{6 \delta j} = N_1,$$

*) Vergelijk hierbij de berekeningen van Dr. H. ZIMMERMANN over de lasconstructie.

$$\frac{a^2 a_0}{3 \delta i} = Q_1, \text{ zoodat } \frac{(a+a_1) a a_0}{3 \delta i} = \frac{a+a_1}{a} Q_1, \text{ dan is}$$

$$2P - \frac{1}{2} G = \frac{1}{2} G D \left(\frac{a+a_1}{a} Q_1 + L_1 \right) - FD(Q_1 + N_1) + \frac{a}{a_0} D e,$$

zoodat

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left(1 + D \left(\frac{a+a_1}{a} Q_1 + L_1 \right) \right) + \frac{a}{a_0} D e}{2 + D (Q_1 + N_1)},$$

terwijl

$$p = \frac{1}{2} G \frac{a+a_1}{a_0} - P \frac{a}{a_0} \text{ en}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} G \left(\frac{(a+a_1) a_0}{3 \delta i} - \frac{a_0 (a+a_1-a_0)}{6 \delta j} \right) - P \left(\frac{a a_0}{3 \delta i} + \frac{\frac{(a_0-a_1)^3}{a_0} - a a_0}{6 \delta j} \right) + \frac{e}{a_0}$$

De zakking van den last, y_0 genoemd, is thans te bepalen uit de reeds benutte formule

$$y = y_0 - a_1 \varphi - \frac{1}{2} G \frac{\frac{a+a_1-a_0}{a_0} a_1^3}{6 \delta j} + P \frac{\frac{a}{a_0} a_1^3}{6 \delta j},$$

waarin thans φ en P bekenden zijn, terwijl $y = \frac{P}{D}$,

zoodat

$$y_0 = \frac{P}{D} + a_1 \varphi + \frac{a_1^3}{6 \delta j} \left(\frac{1}{2} G \frac{a+a_1-a_0}{a_0} - P \frac{a}{a_0} \right)$$

De hier gegeven berekeningen zijn opgesteld voor het geval, dat het rad van het voertuig juist op den overgang van den eenen railkop op den andere is geplaatst en dus beide railkoppen in verticalen zin belast. Ziet men af van den invloed, dien de lengte van de speelruimte tusschen de rails op de berekening heeft, dus onderstelt men, dat de rails tegen elkaar sluiten, dan zal bij eene kleine verplaatsing van het rad, zoodat het geheel op den eenen railkop steunt, de gegeven berekening nog geldig zijn, indien de vooropgestelde vormverandering plaats grijpt, dat wil zeggen, indien de beide railkoppen, dus ook de niet direct belaste, nabij de voeg tegen het bovenvlak van de laschplaten blijven aandrukken.

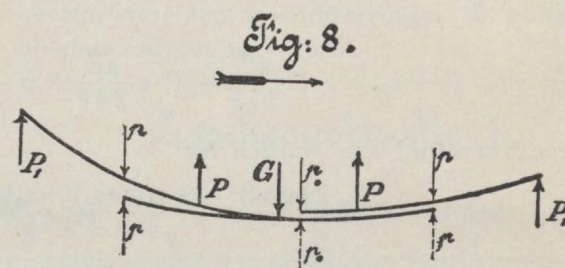
De belastingstoestand blijft dan dezelfde als in fig: 7b is geschetst.

Deze toestand kan alleen blijven bestaan, indien de krachten p_0 de geteekende richtingen hebben n.l. voor de rail naar boven gericht en voor de laschplaat naar beneden gericht. Voor de rail volgt uit de evenwichtsvoorwaarden der uitwendige krachten, dat

$$p_0 = p - (P + P_1) = p - \frac{1}{2} G$$

en p_0 heeft dus de geteekende richting, indien p grooter is dan $\frac{1}{2} G$.

Is p niet grooter dan $\frac{1}{2} G$; dan krijgen de krachten p_0 een andere richting en in verband met de speelruimte zal de vervorming meer gelijken op hetgeen in fig: 8 is geteekend.



Een rad, dat zich in de richting van het pijltje beweegt, zal in dit geval buitengewoon hard tegen den eenigszins opgezette railkop stooten en deze met een schok doen zakken.

Zonder verdere berekeningen te maken, is reeds vooruit te zeggen, dat, indien het aangrijpingspunt van p midden tusschen die van P en P_1 is gelegen, de toestand, zooals in fig: 8 is geschetst reeds zal ontstaan. Aangezien n. l. P grooter is dan P_1 en de som van de momenten van p_0 , P en P_1 ten opzichte van het aangrijpingspunt van de kracht p gelijk 0 is, moet p_0 reeds de negatieve richting krijgen, altijd in het geval, dat niet wordt uitgewezen, dat de waarde van z kleiner is dan de halve laschplaatlengte.

Het opwippen van den onbelasten railkop bij overgang van het rad kan praktisch nimmer plaats grijpen, indien de laschconstructie wordt toegepast, waarbij de kracht P op de laschplaat aangrijpt.

Overgaande tot het onderzoek van een zoodanige laschconstructie valt te definiëren:

GEVAL II A.

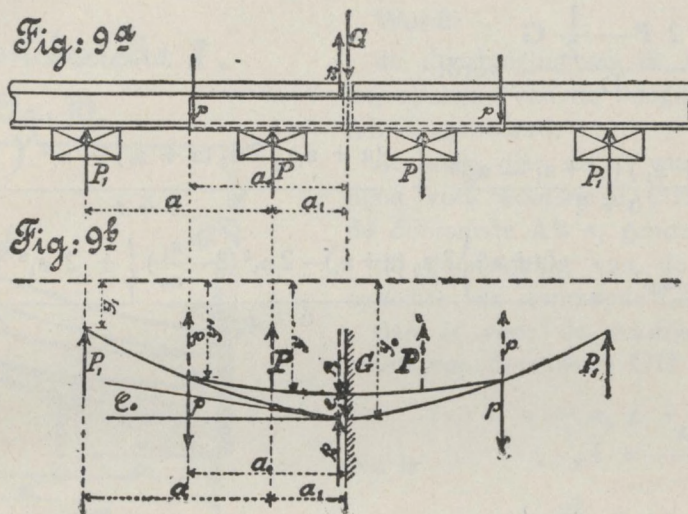
De laschplaatlengte is grooter dan de laschdwarslig-gerafstand of $a_0 > a_1$.

De waarde van z is niet kleiner dan a_0 .

De reactie van den laschdwarsligger P wordt gedacht op de laschplaten aan te grijpen.

Voor dit geval gelden de berekeningen van ZIMMERMANN niet. De vervormde laschconstructie met de werkende krachten is in fig. 9 weergegeven.

Laschconstructie II.



Voor dezen belastingstoestand gelden de evenwichtsvoorwaarden:

$$\begin{aligned} 1) \quad P + P_1 &= \frac{1}{2} G & 2) \quad p a_0 &= P_1 (a + a_1) \\ P_1 &= \frac{1}{2} G - P & p &= \left(\frac{1}{2} G - P \right) \frac{a + a_1}{a_0} \end{aligned}$$

De hoek φ , dien de vervormde rail bij het aangrijpingspunt van de kracht G met de horizontale maakt, is te berekenen overeenkomstig het vorige geval n.l. uit de formule

$$y_1 = y_0 - e - P \frac{a_1^3}{3 \mathcal{E} i} - P \frac{a_1^2}{2 \mathcal{E} i} (a_0 - a_1) - p \frac{a_0^3}{3 \mathcal{E} i} = y_0 - e - a_0 \varphi + p \frac{a_0^3}{3 \mathcal{E} i} - P_1 \frac{a_0^3}{3 \mathcal{E} i} - P_1 \frac{a_0^2}{2 \mathcal{E} i} (a + a_1 - a_0),$$

waaruit na substitutie volgt:

$$a_0 \varphi = \frac{1}{2} G \left(\frac{a_0^2 (a + a_1)}{3 \mathcal{E} i} - \frac{a_0^2 (a + a_1 - a_0)}{6 \mathcal{E} i} \right) - P \left(\frac{2a_0^2 (a + a_1) - a_1^2 (3a_0 - a_1)}{6 \mathcal{E} i} - \frac{a_0^2 (a + a_1 - a_0)}{6 \mathcal{E} i} \right) + e$$

Verder is

$$y = y_0 - e - P \frac{a_1^3}{3 \mathcal{E} i} - p \frac{a_1^3}{3 \mathcal{E} i} - p (a_0 - a_1) \frac{a_1^2}{2 \mathcal{E} i},$$

of na substitutie

$$y = y_0 - \frac{1}{2} G \frac{\frac{a + a_1}{a_0} a_1^2 (3a_0 - a_1)}{6 \mathcal{E} i} + P \frac{\frac{a + a_1}{a_0} a_1^2 (3a_0 - a_1) - 2a_1^3}{6 \mathcal{E} i} - e,$$

terwijl

$$y_1 = y_0 - (a + a_1) \varphi + p \frac{a_0^3}{3 \mathcal{E} i} + p \frac{a_0^2}{2 \mathcal{E} i} (a + a_1 - a_0) - P_1 \frac{(a + a_1)^3}{3 \mathcal{E} i},$$

of na substitutie

$$y_1 = y_0 - (a + a_1) \varphi + \frac{1}{2} G \frac{(a + a_1) \{ a_0 (3a + 3a_1 - a_0) - 2(a + a_1)^2 \}}{6 \mathcal{E} i} - P \frac{(a + a_1) \{ a_0 (3a + 3a_1 - a_0) - 2(a + a_1)^2 \}}{6 \mathcal{E} i}$$

Uit de laatste twee vergelijkingen volgt:

$$y - y_1 = (a + a_1) \varphi - \frac{1}{2} G \left(\frac{\frac{a + a_1}{a_0} a_1^2 (3 a_0 - a_1)}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} + \frac{(a + a_1) \{ a_0 (3 a + 3 a_1 - a_0) - 2 (a + a_1)^2 \}}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{I}} \right) +$$

$$+ P \left(\frac{\frac{a + a_1}{a_0} a_1^2 (3 a_0 - a_1) - 2 a_1^3}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} + \frac{(a + a_1) \{ a_0 (3 a + 3 a_1 - a_0) - 2 (a + a_1)^2 \}}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{I}} \right) - e,$$

hetgeen na substitutie van φ en na gesteld te hebben:

$$y - y_1 = \frac{P - P_1}{D} = \frac{2 P - \frac{1}{2} G}{D} \text{ wordt}$$

$$\frac{2 P - \frac{1}{2} G}{D} = \frac{1}{2} G \left(\frac{2 (a + a_1) (a + a_1 - a_0)^2}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{I}} + \frac{(a + a_1) \left\{ 2 a_0 (a + a_1) - a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right) \right\}}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} \right) -$$

$$- P \left(\frac{2 (a + a_1) (a + a_1 - a_0)^2}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{I}} + \frac{(a + a_1) \left\{ 2 a_0 (a + a_1) - 2 a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right) \right\} + 2 a_1^3}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} \right) + \frac{a + a_1 - a_0}{a_0} e.$$

Wordt gesteld:

$$\frac{2 (a + a_1) (a + a_1 - a_0)^2}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{I}} = L_2,$$

$$\frac{(a + a_1) \left\{ 2 a_0 (a + a_1) - a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right) \right\}}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} = Q_2 \text{ en } \frac{(a + a_1) \left\{ 2 a_0 (a + a_1) - 2 a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right) \right\} + 2 a_1^3}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} = S_2,$$

dan is

$$\frac{2 P - \frac{1}{2} G}{D} = \frac{1}{2} G (L_2 + Q_2) - P (L_2 + S_2) + \frac{a + a_1 - a_0}{a_0} e,$$

waaruit volgt:

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left\{ 1 + D (L_2 + Q_2) \right\} + \frac{a + a_1 - a_0}{a_0} D e}{2 + D (L_2 + S_2)},$$

terwijl

$$P_1 = \frac{1}{2} G - P,$$

$$p = \left(\frac{1}{2} G - P \right) \frac{a + a_1}{a_0}$$

en

$$\varphi = \frac{1}{2} G \left(\frac{a_0 (a + a_1)}{3 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} - \frac{a_0 (a + a_1 - a_0)}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{I}} \right) - P \left(\frac{2 a_0 (a + a_1) - \frac{a_1^2}{a_0} (3 a_0 - a_1)}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} - \frac{a_0 (a + a_1 - a_0)}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{I}} \right) + \frac{e}{a_0}$$

De waarde van p_0 is te berekenen op

$$p_0 = P + p - \frac{1}{2} G$$

Voor de bepaling van de zakking van den last y_0 kan nogmaals worden benut de formule:

$$y = y_0 - e - P \frac{a_1^3}{3 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} - p \frac{a_1^3}{3 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} - p (a_0 - a_1) \frac{a_1^2}{2 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i}, \text{ waarin}$$

P en p bekenden zijn en $y = \frac{P}{D}$, zoodat

$$y_0 = \frac{P}{D} + \frac{a_1^2}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} \left\{ 2 P a_1 + p (3 a_0 - a_1) \right\} + e$$

Aansluitende aan deze gevallen I A en II A, waarvoor de theoretische waarde van z grooter is dan de halve laschplaatlengte, zullen nu worden beschouwd de gevallen B, waarbij de waarde van z kleiner is dan de halve laschplaatlengte a_0 , doch grooter dan de halve laschdwarsliggerafstand a_1 . In de eerste plaats zal worden beschouwd het geval, dat P op den railvoet aangrijpt, in de tweede plaats dat, waarbij P op de laschplaten zal aangrijpen.

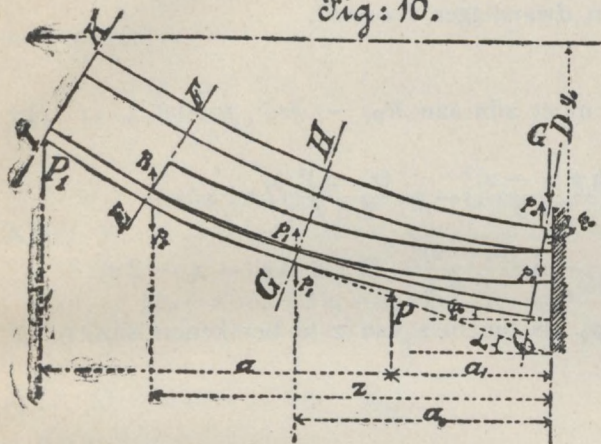
GEVAL I B.

De laschplaatlengte $2a_0$ is grooter dan de laschdwarsliggerafstand $2a_1$. De waarde van z moet zich uitwijzen kleiner te zijn dan a_0 en grooter dan a_1 . P grijpt aan op den railvoet.

De belastingstoestand zoomede de vormverandering is in onderstaande fig. 10 schetsmatig weergegeven.

Laschconstructie I.

Fig. 10.



Het vraagstuk zal moeten luiden de waarden van P , P_1 , p_0 , p_1 en p_2 en z te bepalen als de raddruk G gegeven is.

Ter vereenvoudiging zal echter z als bekende worden aangenomen en worden onderzocht, welke waarden van P , P_1 , p_0 , p_1 en p_2 en dus G met een bepaalde waarde van z overeenkomen.

Uit het verticaal evenwicht van de rail valt af te leiden:

$$\text{I) } P + P_1 + p_0 - p_1 - p_2 = 0.$$

$$\text{II) } Pa_1 + P_1(a + a_1) - p_1 z - p_2 a_0 = 0.$$

In doorsnede GH ingeklemd onder denzelfden hoek α_1 , moeten de doorbuigingen van rail en lasch-

plaat voor de doorsnede EF even groot zijn, hetgeen leidt tot de formule:

$$(P_1 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta \delta i} + P_1(a + a_1 - a_0) \frac{(a_0 - z)^2}{2 \delta \delta i} = p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta \delta i} \text{ of}$$

$$\text{III) } \frac{P_1(3a + 3a_1 - a_0 - 2z) - 2p_2(a_0 - z)}{\delta} = \frac{2p_2(a_0 - z)}{i}$$

Wordt:

de doorbuiging van de laschplaat in doorsnede GH ten opzichte van de hoogte ter plaatse van doorsnede AB δ_{l1} genoemd,

de hoek, dien de as van de vervormde rail en laschplaat voor doorsnede GH maakt ten opzichte van de doorsnede AB α_1 genoemd en

de doorbuiging van de rail in doorsnede AB ten opzichte van doorsnede GH δr_0 genoemd,

dan is voor de vormverandering van het geheel rechts van doorsnede GH de voorwaarde op te maken

$$\delta_{l1} + e - \alpha_1 z + \delta r_0 = 0$$

Nu is

$$\delta_{l1} = p_1 \frac{z^3}{3 \delta \delta i} + p_2 \frac{z^3}{3 \delta \delta i} + p_2(a_0 - z) \frac{z^2}{2 \delta \delta i} \text{ of}$$

$$\delta_{l1} = \frac{z^2}{6 \delta \delta i} \left\{ 2p_1 z + p_2(3a_0 - z) \right\},$$

terwijl

$$\alpha_1 = p_1 \frac{z^2}{2 \delta \delta i} + p_2 \frac{z^2}{2 \delta \delta i} + p_2(a_0 - z) \frac{z}{\delta \delta i} \text{ of}$$

$$\alpha_1 = \frac{z}{2 \delta \delta i} \left\{ p_1 z + p_2(2a_0 - z) \right\};$$

ten slotte is

$$\delta r_0 = P \frac{(z - a_1)^3}{3 \delta \delta i} + Pa_1 \frac{(z - a_1)^2}{2 \delta \delta i} + p_0 \frac{z^3}{3 \delta \delta i} \text{ of}$$

$$\delta r_0 = \frac{1}{6 \delta \delta i} \left\{ P(z - a_1)^2(2z + a_1) + 2p_0 z^3 \right\}$$

De voorwaarde van de vormverandering valt nu aldus te schrijven:

$$\frac{z^2}{6 \delta \delta i} \left\{ 2p_1 z + p_2(3a_0 - z) \right\} + e - \frac{z^2}{2 \delta \delta i} \left\{ p_1 z + p_2(2a_0 - z) \right\} + \frac{1}{6 \delta \delta i} \left\{ P(z - a_1)^2(2z + a_1) + 2p_0 z^3 \right\} = 0,$$

of

$$\text{IV) } \frac{P(z - a_1)^2(2z + a_1) + 2p_0 z^3}{\delta} - \frac{p_1 z^3 + p_2 z^2(3a_0 - 2z)}{i} + 6 \delta e = 0$$

Een vijfde vergelijking wordt verkregen door de voorwaarde in formule te brengen, dat de grootte der krachten P en P_1 afhankelijk is van de vormverandering van het geheel.

De doorbuigingshoek voor doorsnede GH wederom α_1 noemend en de doorbuiging van de rail in doorsnede IK ten opzichte van de hoogte in doorsnede GH δr_{p1} , dan is

$$\delta r_{p1} = \alpha_1(a + a_1 - z) - p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta \delta i} - p_2(a + a_1 - a_0) \frac{(a_0 - z)^2}{2 \delta \delta i} + P_1 \frac{(a + a_1 - z)^3}{3 \delta \delta i} \text{ of}$$

$$\delta r_{p_1} = \frac{z(a+a_1-z)}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} + P_1 \frac{(a+a_1-z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} - p_2 \frac{(a_0+z)^2}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)$$

Wordt de doorbuiging van de rail voor de doorsnede, waar P aangrijpt, ten opzichte van de hoogte in de doorsnede GH δr_p genoemd, dan valt te schrijven:

$$\delta r_p = -\alpha_1 (z - a_1) + P \frac{(z-a_1)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + p_0 \frac{(z-a_1)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + p_0 a_1 \frac{(z-a_1)^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \text{ of}$$

$$\delta r_p = -\frac{z(z-a_1)}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} + P \frac{(z-a_1)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + p_0 \frac{(z-a_1)^2}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} (2z + a_1)$$

Wordt de zakkings van den laschdwarsligger ten opzichte van zijn hoogteligging in onbelasten toestand y genoemd en de zakkings van den dwarsligger, die de reactie P_1 geeft, y_1 , zoo is

$$y = \frac{P}{D} \text{ en } y_1 = \frac{P_1}{D}, \text{ als } D \text{ de weerstand van den dwarsligger voorstelt,}$$

zoodat

$$y - y_1 = \frac{P - P_1}{D}, \text{ welk verschil in zakkings gelijk moet zijn aan } \delta r_{p_1} - \delta r_p, \text{ zoodat}$$

$$\text{V) } \frac{P - P_1}{D} = \frac{za}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} - P \frac{(z-a_1)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + P_1 \frac{(a+a_1-z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} - p_0 \frac{(z-a_1)^2}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} (2z + a_1) -$$

$$- p_2 \frac{(a_0 - z)^2}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} (3a + 3a_1 - a_0 - 2z).$$

Uit deze vijf vergelijkingen moeten P, P_1 , p_0 , p_1 en p_2 als functie's van z te berekenen zijn.

Uit III volgt:

$$p_2 = P_1 \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$$

Wordt gesteld:

$$\text{VI) } Q = \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}, \text{ zoo wordt}$$

$$\text{IIIa) } p_2 = P_1 Q.$$

Bij substitutie van p_2 volgens IIIa in II wordt verkregen:

$$P a_1 + P_1 (a + a_1) - p_1 z - P_1 Q a_0 = 0, \text{ of}$$

$$\text{IIa) } p_1 = P \frac{a_1}{z} + P_1 \frac{a + a_1}{z} - P_1 Q \frac{a_0}{z}.$$

Bij substitutie van p_1 en p_2 volgens de vergelijkingen IIa en IIIa in I wordt verkregen:

$$\text{Ia) } p_0 = P_1 \frac{a + a_1 - z}{z} - P_1 Q \frac{a_0 - z}{z} - P \frac{z - a_1}{z}$$

Bij substitutie der waarden van p_0 , p_1 en p_2 in vergelijking IV wordt na herleiding verkregen:

$$\text{IVa) } P \left(\frac{(z-a_1) a_1 (z+a_1)}{\mathfrak{J}} + \frac{a_1 z^2}{i} \right) + P_1 \left(\frac{z^2 (a + a_1 - a_0)}{\mathfrak{J}} + \frac{z^2 (a + a_1)}{i} \right) - 6 \mathfrak{E} e = 0$$

Wordt gesteld:

$$\text{VII) } A = \frac{(z-a_1) a_1 (z+a_1)}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{VIII) } B = \frac{a_1 z^2}{i}$$

$$\text{IX) } C = \frac{z^2 (a + a_1 - a_0)}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{X) } F = \frac{z^2 (a + a_1)}{i}, \text{ zoo wordt IVa}$$

$$\text{IVb) } P (A + B) + P_1 (C + F) - 6 \mathfrak{E} e = 0$$

Bij substitutie van de waarden van p_0 , p_1 en p_2 volgens de formules Ia, IIa en IIIa in de formule V wordt verkregen:

$$\text{V)} \frac{P - P_1}{D} = \frac{za}{2 \mathfrak{S} i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} - \frac{1}{6 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} \left\{ 2P(z - a_1)^3 - 2P_1(a + a_1 - z)^3 + \right. \\ \left. + p_0(z - a_1)^2(2z + a_1) + p_2(a_0 - z)^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z) \right\}, \text{ of na herleiding:}$$

$$\text{Va)} P \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - \frac{a_1(z - a_1)^3}{z \mathfrak{J}} - \frac{3a a_1 z}{i} \right) - P_1 \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + \frac{(a + a_1 - z) \{ 2a^2 - (z - a_1)(4a + a_1 - \frac{a_1^2}{z}) \}}{\mathfrak{J}} + \frac{3(a + a_1)az}{i} - \right. \\ \left. - Q(a_0 - z) \left\{ \frac{(a_0 - z)(3a + 3a_1 - a_0 - 2z) - (z - a_1)^2 \frac{2z + a_1}{z}}{\mathfrak{J}} - \frac{3az}{i} \right\} \right) = 0$$

Wordt gesteld:

$$\text{XI)} H = \frac{(z - a_1)^3 \frac{a_1}{z}}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{XII)} J = \frac{3a a_1 z}{i}$$

$$\text{XIII)} K = \frac{(a + a_1 - z) \left\{ 2a^2 - (z - a_1) \left(4a + a_1 - \frac{a_1^2}{z} \right) \right\}}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{XIV)} L = \frac{3(a + a_1)az}{i}$$

$$\text{XVa)} O_1 = \frac{(a_0 - z)(3a + 3a_1 - a_0 - 2z) - (z - a_1)^2 \frac{2z + a_1}{z}}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{XVb)} O_2 = \frac{3a z}{i}$$

$$\text{XV)} O = Q(a_0 - z)(O_1 - O_2),$$

dan wordt Va)

$$\text{Vb)} P \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J \right) - P_1 \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right) = 0,$$

zoodat

$$P_1 = P \frac{\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J}{\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O}$$

Dit gesubstitueerd in IVb) geeft

$$\text{XVI)} P = \frac{6 \mathfrak{S} e \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right)}{(A+B) \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J \right)} \text{ en } \text{XVII)} P_1 = \frac{6 \mathfrak{S} e \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J \right)}{(A+B) \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J \right)}$$

Voor dit geval is de hoek φ_0 , dat is de hoek, dien de vervormde elastische lijn van de rail in de doorsnede CD maakt met de horizontale, als volgt te berekenen:

$$\varphi_0 = \alpha_1 - P \frac{(z - a_1)^2}{2 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} - p_0 \frac{z^2}{2 \mathfrak{S} \mathfrak{J}}, \quad \text{terwijl} \quad \alpha_1 = \frac{z}{2 \mathfrak{S} i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\}, \text{ zooals reeds werd gezegd,}$$

zoodat

$$\varphi_0 = \frac{z}{2 \mathfrak{S} i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} - \frac{1}{2 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} \left\{ P(z - a_1)^2 + p_0 z^2 \right\}.$$

Wordt gesteld:

$$\text{XVIII)} T = z \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} \text{ en}$$

$$\text{XIX)} U = \left\{ P(z - a_1)^2 + p_0 z^2 \right\}, \text{ waarvan de waarden van } P, p_0, p_1 \text{ en } p_2 \text{ thans bekenden zijn,}$$

dan is

$$\text{XX)} \varphi_0 = \frac{T}{2 \mathfrak{S} i} - \frac{U}{2 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} = \frac{1}{2 \mathfrak{S}} \left(\frac{T}{i} - \frac{U}{\mathfrak{J}} \right)$$

Het is van belang tevens na te gaan de zakking, die de railkop nabij het midden van de lasch ondergaat door de belasting met een rad en wel gemeten ten opzichte van de hoogteligging in onbelasten toestand.

Wordt deze zakking y_0 genoemd, dan kan voor de doorbuiging van de laschplaat in doorsnede GH y^1 genoemd, (zie fig. 10) worden berekend:

$$y^1 = y_0 - (p_1 + p_2) \frac{z^3}{3 \delta i} - p_2 (a_0 - z) \frac{z^2}{2 \delta i}, \text{ terwijl dan de doorbuiging van de rail ter plaatse, waar}$$

P aangrijpt, te bepalen is op

$$y = y^1 - e + \alpha_1 (z - a_1) - P \frac{(z - a_1)^3}{3 \delta i} - p_0 \frac{(z - a_1)^3}{3 \delta i} - p_0 a_1 \frac{(z - a_1)^2}{2 \delta i}, \text{ terwijl } y = \frac{P}{D}, \text{ zoodat}$$

$$\frac{P}{D} = y_0 - (p_1 + p_2) \frac{z^3}{3 \delta i} - p_2 (a_0 - z) \frac{z^2}{2 \delta i} - e + \alpha_1 (z - a_1) - P \frac{(z - a_1)^3}{3 \delta i} - p_0 \frac{(z - a_1)^3}{3 \delta i} - p_0 a_1 \frac{(z - a_1)^2}{2 \delta i},$$

$$\text{waarin } \alpha_1 = \frac{z}{2 \delta i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\}, \text{ zoodat}$$

$$\frac{P}{D} = y_0 - \frac{2(p_1 + p_2) z^3 + 3p_2 (a_0 - z) z^2 - 3z \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} (z - a_1)}{6 \delta i} - \frac{p_0 (z - a_1)^2 (2z + a_1) + 2P(z - a_1)^3}{6 \delta i} - e,$$

waaruit volgt:

$$y_0 = \frac{P}{D} + \frac{z}{6 \delta i} \left\{ p_1 z (3a_1 - z) + p_2 \{ z(3a_0 - z) - 3(2a_0 - z)(z - a_1) \} \right\} + \frac{(z - a_1)^2}{6 \delta i} \left\{ p_0 (2z + a_1) + 2P(z - a_1) \right\} + e$$

Wordt gesteld:

$$\text{XXI) } V = z \left\{ p_1 z (3a_1 - z) + p_2 \{ z(3a_0 - z) - 3(2a_0 - z)(z - a_1) \} \right\}$$

$$\text{XXII) } W = (z - a_1)^2 \left\{ p_0 (2z + a_1) + 2P(z - a_1) \right\}, \text{ dan is}$$

$$\text{XXIII) } y_0 = \frac{P}{D} + \frac{V}{6 \delta i} + \frac{W}{6 \delta i} + e.$$

GEVAL II B.

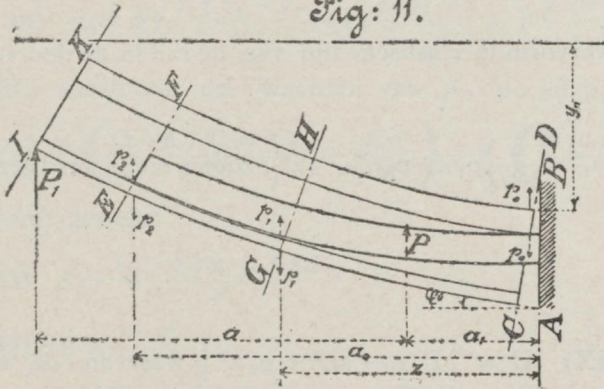
De laschplaatlengte $2a_0$ is grooter dan de laschdwarsliggerafstand $2a_1$. De reactie's van de laschdwarsliggers P grijpen aan op de laschplaat.

De waarde van z moet zich uitwijzen kleiner te zijn dan a_0 en grooter dan a_1 .

De belastingstoestand zoomede de vormverandering s in onderstaande fig. 11 geschetst.

Laschconstructie II.

Fig. 11.



Zoals in het voorgaande geval wordt z als bekende aangenomen en zal worden berekend, welke waarden de grootheden P , P_1 , p_0 , p_1 , en p_2 in verband met de waarde van z krijgen.

Uit het vertikaal evenwicht van de rail volgt:

$$\text{I) } P_1 + p_0 - p_1 - p_2 = 0$$

$$\text{II) } P_1 (a + a_1) - p_1 z - p_2 a_0 = 0$$

Worden rail en laschplaat onder denzelfden hoek α_1 in doorsnede G H ingeklemd, dan moeten de doorbuigingen van rail en laschplaat voor de doorsnede E F even groot zijn, hetgeen uit te drukken is door de formule:

$$(P_1 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{2 \delta i} + P_1 (a + a_1 - a_0) \frac{(a_0 - z)^2}{2 \delta i} = p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta i} \text{ of}$$

$$\text{III) } \frac{P_1 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z) - 2p_2 (a_0 - z)}{i} = \frac{2p_2 (a_0 - z)}{i}$$

Wordt de beteekenis der teekens δ_{l_1} , α_1 en δr_0 aangehouden, zooals die voor geval B I zijn omschreven, dan geldt wederom:

$$\delta_{l_1} + e - \alpha_1 z + \delta r_0 = 0$$

Voor geval B II is nu

$$\delta_{l_1} = P \frac{a_1^3}{3 \delta i} + P \frac{a_1^2}{2 \delta i} (z - a_1) + p_1 \frac{z^3}{3 \delta i} + p_2 \frac{z^3}{3 \delta i} + p_2 (a_0 - z) \frac{z^2}{2 \delta i},$$

of

$$\delta_{l_1} = \frac{1}{6 \delta i} \left\{ P a_1^2 (3z - a_1) + 2p_1 z^3 + p_2 z^2 (3a_0 - z) \right\},$$

terwijl

$$\alpha_1 = P \frac{a_1^2}{2 \mathfrak{E} i} + p_1 \frac{z^2}{2 \mathfrak{E} i} + p_2 \frac{z^2}{2 \mathfrak{E} i} + p_2 (a_0 - z) \frac{z}{\mathfrak{E} i}, \text{ of } \alpha_1 = \frac{1}{2 \mathfrak{E} i} \{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \}.$$

Ten slotte geldt voor δr_0

$$\delta r_0 = p_0 \frac{z^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}}, \text{ zoodat de bedoelde voorwaarde voor de vormverandering wordt}$$

$$\frac{1}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \{ P a_1^2 (3z - a_1) + 2p_1 z^3 + p_2 z^2 (3a_0 - z) \} + e - \frac{z}{2 \mathfrak{E} i} \{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \} + p_0 \frac{z^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} = 0$$

dus

$$\text{IV) } \frac{2p_0 z^3}{\mathfrak{J}} - \frac{P a_1^3 + p_1 z^3 + p_2 z^2 (3a_0 - 2z)}{i} + 6 \mathfrak{E} e = 0$$

De vijfde vergelijking ter bepaling der onbekenden wordt volgens dezelfde methode opgesteld als in geval B I gevolgd is.

Wordt wederom genoemd:

α_1 de doorbuigingshoek van de elastische lijnen van rail en laschplaat in doorsnede GH ten opzichte van den inklemmingshoek in het vlak AB,

δr_{P_1} de doorbuiging van de rail in doorsnede JK ten opzichte van de hoogteligging in doorsnede GH en

δl_P de doorbuiging van de laschplaat voor de doorsnede, waar P aangrijpt, ten opzichte van de hoogteligging in doorsnede GH,

zoo is

$$\delta r_{P_1} = \alpha_1 (a + a_1 - z) - p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} - p_2 (a + a_1 - a_0) \frac{(a_0 - z)^2}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + P_1 \frac{(a + a_1 - z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}},$$

$$\text{waarin } \alpha_1 = \frac{1}{2 \mathfrak{E} i} \{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \},$$

zoodat

$$\delta r_{P_1} = \frac{(a + a_1 - z)}{2 \mathfrak{E} i} \{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \} + P_1 \frac{(a + a_1 - z)^3}{3 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} - p_2 \frac{(a_0 - z)^2}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} (3a + 3a_1 - a_0 - 2z),$$

terwijl

$$\begin{aligned} \delta l_P &= -\alpha_1 (z - a_1) - (P + p_1 + p_2) \frac{(z - a_1)^3}{3 \mathfrak{E} i} + \left\{ p_1 (z - a_1) + p_2 (a_0 - a_1) \right\} \frac{(z - a_1)^2}{2 \mathfrak{E} i} \\ &= -\frac{z - a_1}{2 \mathfrak{E} i} \{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \} + \frac{(z - a_1)^2}{6 \mathfrak{E} i} \{ p_1 (z - a_1) + p_2 (3a_0 - a_1 - 2z) - 2P (z - a_1) \}. \end{aligned}$$

Aangezien wederom, indien y en y_1 = de zakking in den ballast van de dwarsliggers, waarop P en P_1 werken,

$$y = \frac{P}{D} \text{ en } y_1 = \frac{P_1}{D}, \text{ als } D \text{ de weerstand van den dwarsliggers is, zoo is}$$

$$\delta r_{P_1} - \delta l_P = y - y_1 = \frac{P - P_1}{D}, \text{ zoodat}$$

$$\begin{aligned} \text{V) } \frac{P - P_1}{D} &= \frac{a}{2 \mathfrak{E} i} \{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \} - \frac{(z - a_1)^2}{6 \mathfrak{E} i} \{ p_1 (z - a_1) + p_2 (3a_0 - a_1 - 2z) - \\ &\quad - 2P (z - a_1) \} + \frac{1}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \{ 2P_1 (a + a_1 - z)^3 - p_2 (a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z) \} \end{aligned}$$

Uit III volgt:

$$\text{IIIa) } p_2 = P_1 \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}} = P_1 Q,$$

indien n.l. wordt gesteld:

$$\text{VI) } Q = \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$$

Bij substitutie in II wordt verkregen:

$$P_1 (a + a_1) - p_1 z - P_1 Q a_0 = 0,$$

of

$$\text{IIa)} \quad p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - a_0 Q}{z}$$

De waarden van p_1 en p_2 gesubstitueerd in I geeft:

$$\text{Ia)} \quad p_0 = P_1 \frac{a + a_1 - z - Q(a_0 - z)}{z}$$

Worden de waarden voor p_0 , p_1 en p_2 in de vergelijking IV gesubstitueerd, zoo wordt verkregen:

$$\text{IV)} \quad P_1 \left[\frac{2z^2(a + a_1 - z)}{\mathfrak{J}} - \frac{z^2(a + a_1)}{i} - 2Qz^2(a_0 - z) \left(\frac{1}{\mathfrak{J}} + \frac{1}{i} \right) \right] - P \frac{a_1^3}{i} + 6\mathfrak{E}e = 0$$

Aangezien:

$$Q = \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}, \quad \text{zoodat}$$

$$2Qz^2(a_0 - z) \left(\frac{1}{\mathfrak{J}} + \frac{1}{i} \right) = \frac{z^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{\mathfrak{J}}$$

in verband waarmede

$$\text{IVa)} \quad P \frac{a_1^3}{i} + P_1 \left\{ \frac{z^2(a + a_1 - a_0)}{\mathfrak{J}} + \frac{z^2(a + a_1)}{i} \right\} - 6\mathfrak{E}e = 0$$

Wordt gesteld

$$\text{VII)} \quad B = \frac{a_1^3}{i}$$

$$\text{VIII)} \quad C = \frac{z^2(a + a_1 - a_0)}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{IX)} \quad F = \frac{z^2(a + a_1)}{i}, \quad \text{zoo wordt IVa}$$

$$\text{IVb)} \quad PB + P_1(C + F) - 6\mathfrak{E}e = 0$$

Worden de waarden van p_1 en p_2 volgens de vergelijkingen IIIa en IIa in vergelijking V ingevuld, zoo wordt verkregen:

$$\text{V)} \quad 6\mathfrak{E} \frac{P - P_1}{D} = \frac{3a}{i} \left(Pa_1^2 + P_1(a + a_1 - a_0 Q)z + P_1 Qz(2a_0 - z) \right) - \frac{(z - a_1)^2}{i} \left(P_1 \frac{z - a_1}{z} (a + a_1 - a_0 Q) + \right. \\ \left. + P_1 Q(3a_0 - a_1 - 2z) - 2P(z - a_1) \right) + \frac{1}{\mathfrak{J}} \left\{ 2P_1(a + a_1 - z)^3 - P_1 Q(a_0 - z)^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z) \right\}, \quad \text{of na herleiding:}$$

$$\text{Va)} \quad P \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} - \frac{3a a_1^2 + 2(z - a_1)^3}{i} \right) - P_1 \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} + \frac{2(a + a_1 - z)^3}{\mathfrak{J}} + \frac{3a z(a + a_1) - (z - a_1)^3 \frac{a + a_1}{z}}{i} - \right. \\ \left. - Q \left\{ \frac{(a_0 - z)^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{\mathfrak{J}} - \frac{3a z(a_0 - z) - (z - a_1)^2(2a_0 - a_1 - 2z + a_0 \frac{a_1}{z})}{i} \right\} \right) = 0.$$

Wordt gesteld:

$$\text{X)} \quad J = \frac{3a a_1^2 + 2(z - a_1)^3}{i}$$

$$\text{XI)} \quad K = \frac{2(a + a_1 - z)^3}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{XII)} \quad L = \frac{3a z(a + a_1) - (z - a_1)^3 \frac{a + a_1}{z}}{i}$$

$$\text{XIIa)} \quad O_1 = \frac{(a_0 - z)^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{XIIb)} \quad O_2 = \frac{3a z(a_0 - z) - (z - a_1)^2(2a_0 - a_1 - 2z + a_0 \frac{a_1}{z})}{i}$$

$$\text{XIII)} \quad O = Q(O_1 - O_2),$$

zoo wordt Va

$$\text{Vb)} \quad P \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} - J \right) - P_1 \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right) = 0,$$

waaruit volgt

$$P_1 = P \frac{\frac{6\delta}{D} - J}{\frac{6\delta}{D} + K + L - O}$$

Dit in IVb gesubstitueerd geeft

$$\text{IVe)} \quad P \left(B + (C+F) \frac{\frac{6\delta}{D} - J}{\frac{6\delta}{D} + K + L - O} \right) - 6\delta e = 0,$$

zoodat

$$\text{XIV)} \quad P = \frac{6\delta e \left(\frac{6\delta}{D} + K + L - O \right)}{B \left(\frac{6\delta}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6\delta}{D} - J \right)},$$

terwijl dan

$$\text{XV)} \quad P_1 = \frac{6\delta e \left(\frac{6\delta}{D} - J \right)}{z \left(\frac{6\delta}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6\delta}{D} - J \right)}$$

De hoek φ_0 , dat is de hoek, die de vervormde elastische lijn van de rail in de doorsnede C D maakt met de horizontale, is te berekenen uit de formule:

$$\varphi_0 = \alpha_1 - p_0 \frac{z^2}{2\delta i}, \text{ waarin}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2\delta i} \left\{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \right\}, \text{ zoodat}$$

$$\text{XVI)} \quad \varphi_0 = \frac{1}{2\delta i} \left\{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2a_0 - z) \right\} - \frac{1}{2\delta i} p_0 z^2,$$

De zakking van het rad bij plaatsing in het midden van de lasch of liever de zakking van den railkop in het midden der lasch ten opzichte van de hoogte in onbelasten toestand, welke y_0 genoemd wordt, is als volgt te berekenen.

Voor de doorbuiging van de laschplaat in de doorsnede, waar P aangrijpt, wordt berekend:

$$y = y_0 - e - (P + p_1 + p_2) \frac{a_1^3}{3\delta i} - \left\{ p_1 (z - a_1) + p_2 (a_0 - a_1) \right\} \frac{a_1^2}{2\delta i};$$

aangezien zooals reeds bekend $y = -\frac{P}{D}$, is alzoo

$$\text{XVII)} \quad y_0 = \frac{D}{P} + e + \frac{a_1^2}{6\delta i} \left\{ a_1 (2P - p_1 - p_2) + 3p_1 z + 3p_2 a_0 \right\}.$$

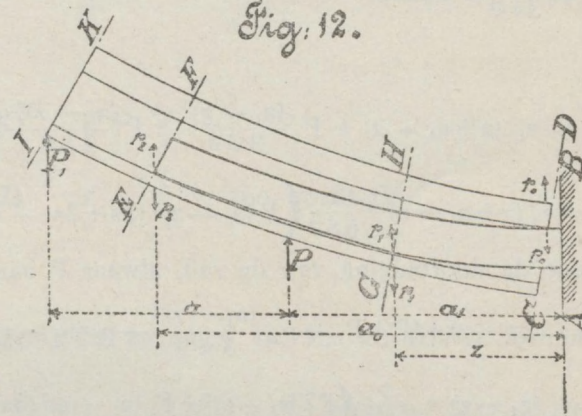
GEVAL I C.

De laschplaatlengte $2a_0$ is grooter dan de dwarsliggerafstand $2a_1$. De reactie's door de dwarsliggers geleverd n.l. P en P_1 grijpen aan op den railvoet.

De waarde van z wordt verondersteld kleiner te zijn dan a_1 .

Laschconstructie I.

Fig. 12.



Uit het vertikaal evenwicht van de rail volgt:

$$\text{I)} \quad P_1 + P + p_0 - p_1 - p_2 = 0$$

$$\text{II)} \quad P_1 (a + a_1) + P a_1 - p_1 z - p_2 a_0 = 0$$

Uit de vormverandering van rail en laschplaat is overeenkomstig de vorige gevallen af te leiden (in doorsnede GH worden rail en laschplaten ingeklemd gedacht):

$$P \frac{(a_1 - z)^3}{3\delta i} + P \frac{(a_1 - z)^2}{2\delta i} (a_0 - a_1) - (p_2 - P_1) \frac{(a_0 - z)^3}{3\delta i} + P_1 (a + a_1 - a_0) \frac{(a_0 - z)^2}{2\delta i} = p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3\delta i},$$

of

$$\text{III)} \quad P \frac{(a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{\delta i} + P_1 \frac{(a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{\delta i} - p_2 2(a_0 - z)^3 \left(\frac{1}{\delta i} + \frac{1}{i} \right) = 0.$$

Een vierde vergelijking geeft de voorwaarde, waaraan de vormverandering van rail en laschplaat rechts van de doorsnede GH moet voldoen.

Wordt genoemd:

δ_{h_1} de doorbuiging van de laschplaat in doorsnede GH ten opzichte van de inklemmingshoogte in doorsnede AB,

α_1 wederom de doorbuigingshoek van de laschplaat in doorsnede GH ten opzichte van de doorsnede AB,

δr_0 de doorbuiging van de rail bij inklemming in doorsnede GH tengevolge der kracht p_0 , zoo moet $\frac{z^2}{6 \epsilon i} \left\{ 2p_1 z + p_2 (3a_0 - z) - 3p_1 z - 3p_2 (2a_0 - z) \right\} + e + p_0 \frac{z^3}{3 \epsilon \mathfrak{J}} = 0$,

$$\delta l_1 + e - \alpha_1 z + \delta r_0 = 0$$

of

$$\delta l_1 = (p_1 + p_2) \frac{z^3}{3 \epsilon i} + p_2 (a_0 - z) \frac{z^2}{2 \epsilon i} = \frac{z^2}{6 \epsilon i} \left\{ 2p_1 z + p_2 (3a_0 - z) \right\}$$

$$\text{IV) } 2p_0 \frac{z^3}{\mathfrak{J}} - p_1 \frac{z^3}{i} - p_2 \frac{(3a_0 - 2z)z^2}{i} + 6 \epsilon e = 0.$$

$$\alpha_1 = (p_1 + p_2) \frac{z^2}{2 \epsilon i} + p_2 (a_0 - z) \frac{z}{\epsilon i} = \frac{z}{2 \epsilon i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\}$$

Ter afleiding van de vijfde vergelijking wordt berekend de doorbuiging van de rail ter plaatse, waar P_1 aangrijpt, ten opzichte van de hoogte in doorsnede GH n. l.

$$\delta r_0 = p_0 \frac{z^3}{3 \epsilon \mathfrak{J}}, \text{ zoodat}$$

$$\begin{aligned} \delta_{RP_1} &= \alpha_1 (a + a_1 - z) + P \frac{(a_1 - z)^3}{3 \epsilon \mathfrak{J}} + P \frac{(a_1 - z)^2}{2 \epsilon \mathfrak{J}} a - p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \epsilon \mathfrak{J}} - p_2 \frac{(a_0 - z)^2}{2 \epsilon \mathfrak{J}} (a + a_1 - a_0) + P_1 \frac{(a + a_1 - z)^3}{3 \epsilon \mathfrak{J}} \\ &= \alpha_1 (a + a_1 - z) + \frac{1}{6 \epsilon \mathfrak{J}} \left(P (a_1 - z)^2 (3a + 2a_1 - 2z) + 2P_1 (a + a_1 - z)^3 - p_2 (a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z) \right). \end{aligned}$$

Voor de doorbuiging van de rail, alwaar P aangrijpt, ten opzichte van dezelfde doorsnede geldt:

$$\begin{aligned} \delta_{RP} &= \alpha_1 (a_1 - z) + (P + P_1 - p_2) \frac{(a_1 - z)^3}{3 \epsilon \mathfrak{J}} - p_2 (a_0 - a_1) \frac{(a_1 - z)^2}{2 \epsilon \mathfrak{J}} + P_1 a \frac{(a_1 - z)^2}{2 \epsilon \mathfrak{J}} \\ &= \alpha_1 (a_1 - z) + \frac{1}{6 \epsilon \mathfrak{J}} \left(P 2(a_1 - z)^3 + P_1 (a_1 - z)^2 (3a + 2a_1 - 2z) - p_2 (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z) \right). \end{aligned}$$

Aangezien

$$\delta_{RP_1} - \delta_{RP} = \frac{P}{D} - \frac{P_1}{D}, \text{ is}$$

$$\begin{aligned} \frac{P}{D} - \frac{P_1}{D} &= \alpha_1 a + \frac{1}{6 \epsilon \mathfrak{J}} \left(P (a_1 - z)^2 3a + P_1 \left\{ 2(a - a_1 - z)^3 - (a_1 - z)^2 (3a + 2a_1 - 2z) \right\} - p_2 \left\{ (a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z) \right\} \right), \end{aligned}$$

waaruit is af te leiden:

$$\begin{aligned} \text{V) } \frac{P}{D} - \frac{P_1}{D} &= \frac{1}{6 \epsilon \mathfrak{J}} \left[P (a_1 - z)^2 3a + P_1 a \left\{ 2a^2 + 6a(a_1 - z) + 3(a_1 - z)^2 \right\} - p_2 \left\{ 3a(a_0 - z)^2 - (a_0 - a_1)^3 \right\} \right] + \\ &\quad + \frac{a z}{2 \epsilon i} \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} \end{aligned}$$

Uit III) volgt:

$$p_2 = P_1 \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}} + P \frac{(a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{2(a_0 - z)^3} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$$

Wordt gesteld:

$$\text{VI) } Q = \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}} \text{ en } \text{VII) } R = \frac{(a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{2(a_0 - z)^3} \frac{i}{i + \mathfrak{J}},$$

zoo wordt

$$\text{IIIa) } p_2 = P_1 Q + P R. \text{ Gesubstitueerd in II) geeft dat}$$

$$\text{IIa) } p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - Q a_0}{z} + P \frac{a_1 - R a_0}{z}.$$

p_2 volgens IIIa) en p_1 volgens II a) in I) gesubstitueerd, geeft

$$\text{Ia) } p_0 = P_1 \left(\frac{a + a_1 - z}{z} - Q \frac{a_0 - z}{z} \right) + P \left(\frac{a_1 - z}{z} - R \frac{a_0 - z}{z} \right)$$

Formule IV vereenvoudigd geeft

$$2p_0 \frac{z}{\mathfrak{J}} - p_1 \frac{z}{i} - p_2 \frac{3a_0 - 2z}{i} + \frac{6 \epsilon e}{z^2} = 0$$

Na substitutie van Ia, IIa en IIIa in die vergelijking wordt verkregen

$$2 P_1 \left(\frac{a+a_1-z}{j} - Q \frac{a_0-z}{j} \right) + 2 P \left(\frac{a_1-z}{j} - R \frac{a_0-z}{j} \right) - P_1 \frac{a+a_1-Qa_0}{i} - P \frac{a_1-Ra_0}{i} - P_1 Q \frac{3a_0-2z}{i} - \\ - P R \frac{3a_0-2z}{i} + \frac{6 \delta e}{z^2} = 0,$$

hetgeen te herleiden is tot:

$$\text{IVa)} \quad P \left[- \frac{(a_0-a_1)(a_1-z)}{(a_0-z)^2} \frac{(2a_0-a_1-z)}{j} + \frac{a_1}{i} \right] + P_1 \left[\frac{a+a_1-a_0}{j} + \frac{a+a_1}{i} \right] - \frac{6 \delta e}{z^2} = 0$$

Wordt gesteld:

$$\text{VIII)} \quad A = \frac{(a_0-a_1)(a_1-z)}{(a_0-z)^2} \frac{(2a_0-a_1-z)}{j}$$

$$\text{IX)} \quad B = \frac{a_1}{i}$$

$$\text{X)} \quad C = \frac{a+a_1-a_0}{j}$$

$$\text{XI)} \quad F = \frac{a+a_1}{i}, \text{ zoo wordt IVa}$$

$$\text{IVb)} \quad P(B-A) + P_1(C+F) - \frac{6 \delta e}{z^2} = 0$$

Bij substitutie van de waarden van p_0 , p_1 en p_2 volgens de formules Ia, IIa en IIIa in formule V wordt verkregen:

$$\text{V)} \quad \frac{P}{D} - \frac{P_1}{D} = \frac{P(a_1-z)^3 3a + P_1 a \{ 2a^2 + 6a(a_1-z) + 3(a_1-z)^2 \} - P_1 Q \{ 3a(a_0-z)^2 - (a_0-a_1)^3 \} - PR \{ 3a(a_0-z)^2 - (a_0-a_1)^3 \}}{6 \delta j} + \\ + \frac{P_1 a z (a+a_1-Qa_0) + P a z (a_1-Ra_0) + P_1 a z (2a_0-z) Q + P a z (2a_0-z) R}{2 \delta i}, \text{ of}$$

$$\text{Va)} \quad P \left[\frac{6 \delta}{D} - \frac{3a(a_1-z)^2}{j} - \frac{3a a_1 z}{i} + R \left\{ \frac{3a(a_0-z)^2 - (a_0-a_1)^3}{j} - \frac{3a z (a_0-z)}{i} \right\} \right] - \\ - P_1 \left[\frac{6 \delta}{D} + \frac{a \{ 2a^2 + 6a(a_1-z) + 3(a_1-z)^2 \}}{j} + \frac{3a z (a+a_1)}{i} - Q \left\{ \frac{3a(a_0-z)^2 - (a_0-a_1)^3}{j} - \frac{3a z (a_0-z)}{i} \right\} \right] = 0.$$

Wordt gesteld:

$$\text{XII)} \quad H = \frac{3a(a_1-z)^2}{j},$$

$$\text{XIII)} \quad J = \frac{3a a_1 z}{i},$$

$$\text{XIVa)} \quad K_1 = \frac{3a(a_0-z)^2 - (a_0-a_1)^3}{j},$$

$$\text{XIVb)} \quad K_2 = \frac{3a z (a_0-z)}{i},$$

$$\text{XIV)} \quad K = R(K_1 - K_2),$$

$$\text{XV)} \quad L = \frac{a \{ 2a^2 + 6a(a_1-z) + 3(a_1-z)^2 \}}{j},$$

$$\text{XVI)} \quad O = \frac{3a z (a+a_1)}{i}$$

$$\text{XVII)} \quad S = Q(K_1 - K_2)$$

zoo wordt Va)

Dit gesubstitueerd in IVb) geeft:

$$\text{Vb)} \quad P \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J + K \right) - P_1 \left(\frac{6 \delta}{D} + L + O - S \right) = 0, \text{ zoodat}$$

$$P_1 = P \frac{\frac{6 \delta}{D} - H - J + K}{\frac{6 \delta}{D} + L + O - S}$$

$$\text{IVc)} \quad P(B-A) + P \frac{\left(\frac{6 \delta}{D} - H - J + K \right) (C+F)}{\frac{6 \delta}{D} + L + O - S} = \frac{6 \delta e}{z^2}$$

of

$$\text{XVIII)} \quad P = \frac{\frac{6 \delta e}{z^2} \left(\frac{6 \delta}{D} + L + O - S \right)}{(B-A) \left(\frac{6 \delta}{D} + L + O - S \right) + (C+F) \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J + K \right)}, \text{ terwijl dan}$$

$$\text{XIX)} \quad P_1 = \frac{6 \frac{\delta}{z^2} e \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J + K \right)}{(B-A) \left(\frac{6 \delta}{D} + L + O - S \right) + (C+F) \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J + K \right)}$$

Zijn de waarden van P en P_1 berekend, dan zijn uit de vergelijkingen IIIa en IIa de waarden van p_2 en p_1 te bepalen en daarna die van p_0 uit I.

De hoek φ_0 , dat is de hoek, die de vervormde elastische lijn van de rail in de doorsnede CD maakt met de horizontale, is te berekenen uit de formule:

$$\varphi_0 = \alpha_1 - p_0 \frac{z^2}{2 \delta \mathfrak{J}}, \text{ waarin}$$

$$\alpha_1 = \frac{z}{2 \delta i} \left\{ p_1 z + p_2 (2 a_2 - z) \right\}, \text{ zoodat}$$

$$\text{XX)} \quad \varphi_0 = \frac{z}{2 \delta \mathfrak{J}} \left\{ p_1 z + p_2 (2 a_0 - z) \right\} - p_0 \frac{z^2}{2 \delta \mathfrak{J}}, \text{ in welke formule de waarden van } p_1, p_2 \text{ en } p_0 \text{ bekenden zijn.}$$

De zakking van het rad bij plaatsing in het midden van de lasch y_0 noemend, is deze als volgt te bepalen:

Wordt de zakking van de reactie P y genoemd en de doorbuiging van de laschplaat voor doorsnede G H y^1 , dan is neer te schrijven:

$$y = y_0 - e - y^1 - \alpha_1 (a_1 - z) - (P + P_1 - p_2) \frac{(a_1 - z)^3}{3 \delta \mathfrak{J}} - \left\{ P_1 a - p_2 (a_0 - a_1) \right\} \frac{(a_1 - z)^2}{2 \delta \mathfrak{J}},$$

$$\text{en aangezien } y = \frac{P}{D}; y^1 = (p_1 + p_2) \frac{z^3}{3 \delta i} + p_2 (a_0 - z) \frac{z^2}{2 \delta \mathfrak{J}} \text{ en } \delta_1 = \frac{z}{2 \delta i} \left\{ p_1 z + p_2 (2 a_0 - z) \right\}$$

wordt berekend:

$$y_0 = \frac{P}{D} + e + \frac{z \left[p_1 z (3 a_1 - z) + p_2 \left\{ z (3 a_0 - z) + 3 (2 a_0 - z) (a_1 - z) \right\} \right]}{6 \delta i} + \frac{(a_1 - z)^2 \left[2 (P + P_1 - p_2) (a_1 - z) + 3 \left\{ P_1 a - p_2 (a_0 - a_1) \right\} \right]}{6 \delta \mathfrak{J}}.$$

Wordt gesteld:

$$\text{XIX)} \quad U = z \left[p_1 z (3 a_1 - z) + p_2 \left\{ z (3 a_0 - z) + 3 (2 a_0 - z) (a_1 - z) \right\} \right]$$

$$\text{XX)} \quad V = (a_1 - z)^2 \left[2 (P + P_1 - p_2) (a_1 - z) + 3 \left\{ P_1 a - p_2 (a_0 - a_1) \right\} \right],$$

zoo wordt

$$\text{XXI)} \quad y_0 = \frac{P}{D} + \frac{U}{6 \delta i} + \frac{V}{6 \delta \mathfrak{J}} + e$$

GEVAL II C.

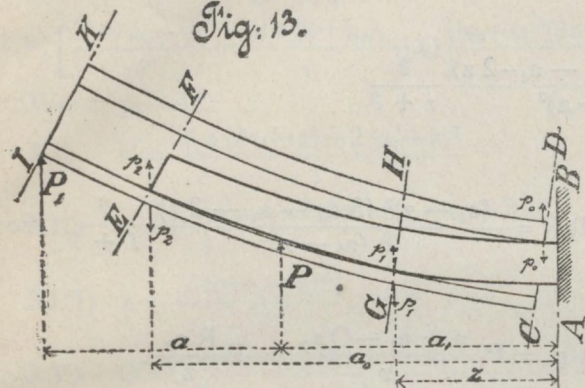
De laschplaatlengte $2a_0$ is grooter dan de dwarsliggerafstand $2a_1$

De reactie door den laschdwarsligger geleverd n.l. de kracht P zal aangrijpen op de laschplaten.

De waarde van z wordt verondersteld kleiner te zijn dan a_1

Laschconstructie II.

Fig. 13.



Uit het verticaal evenwicht van de rail valt af te leiden:

$$\text{I)} \quad P_1 + p_0 - p_1 - p_2 = 0$$

$$\text{II)} \quad P_1(a + a_1) - p_1 z - p_2 a_0 = 0$$

Aangezien de elastische lijnen van rail en laschplaat in de doorsnede G H eenzelfde raaklijn bezitten en in de doorsnede E F elkander wederom ontmoeten, geldt:

$$\alpha_1 = (P + p_1 + p_2) \frac{z^2}{2 \delta i} + \left\{ P(a_1 - z) + p_2(a_0 - z) \right\} \frac{z}{\delta i}, \quad \text{of} \quad \alpha_1 = \frac{z}{2 \delta i} \left\{ P(2a_1 - z) + p_1 z + p_2(2a_0 - z) \right\},$$

terwijl

$$\delta_{r_0} = p_0 \frac{z^3}{3 \delta i}, \quad \text{zoodat}$$

$$\frac{z^2}{6 \delta i} \left\{ P(3a_1 - z) + 2p_1 z + p_2(3a_0 - z) \right\} + e - \frac{z^2}{2 \delta i} \left\{ P(2a_1 - z) + p_1 z + p_2(2a_0 - z) \right\} + p_0 \frac{z^3}{3 \delta i} = 0,$$

of

$$\text{IV)} \quad \frac{2p_0 z^3}{3 \delta i} - \frac{z^2}{i} \left\{ P(3a_1 - 2z) + p_1 z + p_2(3a_0 - 2z) \right\} + 6 \delta e = 0$$

Ter afleiding van de vijfde vergelijking wordt berekend voor de doorbuiging δ_{RP_1} van de rail ter plaatse, waar P_1 aangrijpt, ten opzichte van de hoogte in doorsnede G H:

$$\delta_{RP_1} = \alpha_1(a + a_1 - z) + P_1 \frac{(a + a_1 - z)^3}{3 \delta i} - p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta i} - p_2 \frac{(a_0 - z)^2}{2 \delta i} (a + a_1 - a_0) =$$

$$= \alpha_1(a + a_1 - z) + \frac{1}{6 \delta i} \left(2P_1(a + a_1 - z)^3 - p_2(a_0 - z)^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z) \right).$$

Voor de doorbuiging van de laschplaat, alwaar P aangrijpt, ten opzichte van de hoogte in doorsnede G H is te berekenen:

$$\delta_{RP} = \alpha_1(a_1 - z) + (P + p_2) \frac{(a_1 - z)^3}{3 \delta i} + p_2(a_0 - a_1) \frac{(a_1 - z)^2}{2 \delta i} =$$

$$= \alpha_1(a_1 - z) + P \frac{(a_1 - z)^3}{3 \delta i} + p_2(a_1 - z)^2 \frac{3a_0 - a_1 - 2z}{6 \delta i}, \quad \text{zoodat}$$

$$(P_1 - p_2) \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta i} + P_1(a + a_1 - a_0) \frac{(a_0 - z)^2}{2 \delta i} =$$

$$= P \frac{(a_1 - z)^3}{3 \delta i} + P \frac{(a_1 - z)^2}{2 \delta i} (a_0 - a_1) + p_2 \frac{(a_0 - z)^3}{3 \delta i},$$

of

$$\text{III)} \quad P_1 \frac{(a_0 - z)^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{3 \delta i} -$$

$$- P \frac{(a_1 - z)^2(3a_0 - a_1 - 2z)}{i} = p_2 2(a_0 - z)^3 \left(\frac{1}{3 \delta i} + \frac{1}{i} \right).$$

De voorwaarde, waaraan de vormverandering rechts van de doorsnede G H moet voldoen, is uit te drukken in de vergelijking

$$\delta_{l_1} + e - \alpha_1 z + \delta_{r_0} = 0,$$

indien

δ_{l_1} voorstelt de doorbuiging van de laschplaat in doorsnede G H ten opzichte van de inklemingshoogte in doorsnede A B,

α_1 voorstelt de doorbuigingshoek van rail en laschplaat in doorsnede G H ten opzichte van de inklemmingsrichting in doorsnede A B, en

δ_{r_0} de doorbuiging van de rail bij inklemming in doorsnede G H tengevolge van de kracht p_0 , zoodat

$$\delta_{l_1} = (P + p_1 + p_2) \frac{z^3}{3 \delta i} + \left\{ P(a_1 - z) + p_2(a_0 - z) \right\} \frac{z^2}{2 \delta i}, \quad \text{of}$$

$$\delta_{l_1} = \frac{z^2}{6 \delta i} \left\{ P(3a_1 - z) + 2p_1 z + p_2(3a_0 - z) \right\}$$

$$\delta_{RP_1} - \delta_{RP} = \frac{P}{D} - \frac{P_1}{D} = \alpha_1 a + \frac{1}{6\mathfrak{E}\mathfrak{J}} \left\{ 2P_1(a+a_1-z)^3 - p_2(a_0-z)^2(3a+3a_1-a_0-2z) \right\} - \\ - \frac{1}{6\mathfrak{E}i} \left\{ 2P(a_1-z)^3 + p_2(a_1-z)^2(3a_0-a_1-2z) \right\},$$

of

$$\text{V)} \quad 6\mathfrak{E} \frac{P}{D} - 6\mathfrak{E} \frac{P_1}{D} = \frac{2P_1(a+a_1-z)^3 - p_2(a_0-z)^2(3a+3a_1-a_0-2z)}{\mathfrak{J}} + \\ + \frac{P \left\{ 3az(2a_1-z) - 2(a_1-z)^3 \right\} + 3p_1az^2 + p_2 \left\{ 3az(2a_0-z) - (a_1-z)^2(3a_0-a_1-2z) \right\}}{i}.$$

Uit III volgt:

$$p_2 = P_1 \frac{3a+3a_1-a_0-2z}{2(a_0-z)} \frac{i}{i+\mathfrak{J}} - P \frac{(a_1-z)^2(3a_0-a_1-2z)}{2(a_0-z)^3} \frac{\mathfrak{J}}{i+\mathfrak{J}}$$

Wordt gesteld:

$$\text{VI)} \quad Q = \frac{3a+3a_1-a_0-2z}{2(a_0-z)} \frac{i}{i+\mathfrak{J}} \quad \text{en} \quad \text{VII)} \quad R = \frac{(a_1-z)^2(3a_0-a_1-2z)}{2(a_0-z)^3} \frac{\mathfrak{J}}{i+\mathfrak{J}}, \text{ zoo is}$$

IIIa) $p_2 = P_1 Q - PR$. Dit gesubstitueerd in II geeft:

$$P_1(a+a_1) - p_1z - P_1Qa_0 + PRa_0 = 0, \quad \text{of} \quad \text{IIa)} \quad p_1 = P_1 \frac{a+a_1-Qa_0}{z} + P \frac{Ra_0}{z}.$$

p_2 volgens IIIa en p_1 volgens IIa in I gesubstitueerd geeft $P_1 + p_0 - P_1 \frac{a+a_1-Qa_0}{z} - PR \frac{a_0}{z} - P_1Q + PR = 0$,
of

$$\text{Ia)} \quad p_0 = P_1 \left\{ \frac{a+a_1-z}{z} - Q \frac{a_0-z}{z} \right\} + P \left\{ R \frac{a_0-z}{z} \right\}.$$

Bij substitutie in IV wordt verkregen:

$$\frac{2P_1z^2 \left\{ (a+a_1-z) - Q(a_0-z) \right\} + 2Pz^2R(a_0-z)}{\mathfrak{J}} - \\ - \frac{z^2 [P(3a_1-2z) + P_1 \left\{ a+a_1-Qa_0 \right\} + PRa_0 + P_1Q(3a_0-2z) - PR(3a_0-2z)]}{i} + 6\mathfrak{E}e = 0,$$

of

$$P_1 \left[\frac{2(a+a_1-z)z^2}{\mathfrak{J}} - \frac{(a+a_1)z^2}{i} - Q2(a_0-z)z^2 \left\{ \frac{1}{\mathfrak{J}} + \frac{1}{i} \right\} \right] - P \left[\frac{(3a_1-2z)z^2}{i} - R2(a_0-z)z^2 \left\{ \frac{1}{\mathfrak{J}} + \frac{1}{i} \right\} \right] + 6\mathfrak{E}e = 0.$$

Nu is

$$Q2(a_0-z)z^2 \frac{i+\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}i} = 2(a_0-z)z^2 \frac{i+\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}i} \times \frac{3a+3a_1-a_0-2z}{2(a_0-z)} \frac{i}{i+\mathfrak{J}} = \frac{(3a+3a_1-a_0-2z)z^2}{\mathfrak{J}},$$

terwijl

$$R2(a_0-z)z^2 \frac{i+\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}i} = 2(a_0-z)z^2 \frac{i+\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}i} \times \frac{(a_1-z)^2(3a_0-a_1-2z)}{2(a_0-z)^3} \frac{\mathfrak{J}}{i+\mathfrak{J}} = \frac{\left(\frac{a_1-z}{a_0-z} \right)^2 (3a_0-a_1-2z)z^2}{i},$$

zoodat

$$\text{IVa)} \quad P \left\{ \frac{3a_1-2z - \left(\frac{a_1-z}{a_0-z} \right)^2 (3a_0-a_1-2z)}{i} \right\} + P_1 \left\{ \frac{(a+a_1-a_0)}{\mathfrak{J}} + \frac{(a+a_1)}{i} \right\} - 6 \frac{\mathfrak{E}e}{z^2} = 0.$$

Wordt gesteld:

$$\text{VIII)} \quad B = \frac{3a_1-2z - \left(\frac{a_1-z}{a_0-z} \right)^2 (3a_0-a_1-2z)}{i} \quad \text{IX)} \quad C = \frac{a+a_1-a_0}{\mathfrak{J}}$$

$$\text{X)} \quad F = \frac{a+a_1}{i}, \text{ dan wordt IVa}$$

$$\text{IVb)} \quad PB + P_1(C+F) - 6 \frac{\mathfrak{E}e}{z^2} = 0.$$

Bij substitutie van de waarden van p_0 , p_1 en p_2 volgens de formules Ia) IIa) en IIIa) in V wordt verkregen:

$$6 \frac{\delta}{D} \frac{P}{D} - 6 \frac{\delta}{D} \frac{P_1}{D} = \frac{2 P_1 (a + a_1 - z)^3 - P_1 Q (a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z) + PR (a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{J} +$$

$$+ \frac{P \{ 3az(2a_1 - z) - 2(a_1 - z)^3 \} + 3P_1 az(a + a_1 - Qa_0) + 3PRa_0 az + PQ \{ 3az(2a_0 - z) - (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z) \}}{i}$$

of

$$\text{Va)} \quad 6 \frac{\delta}{D} \frac{P}{D} - 6 \frac{\delta}{D} \frac{P_1}{D} = P \left[\frac{3az(2a_1 - z) - 2(a_1 - z)^3}{i} + R \left\{ \frac{(a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{J} - \frac{3az(a_0 - z) - (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{i} \right\} \right] +$$

$$+ P_1 \left[\frac{2(a + a_1 - z)^3}{J} + \frac{3az(a + a_1)}{i} - Q \left\{ \frac{(a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{J} - \frac{3az(a_0 - z) - (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{i} \right\} \right]$$

Wordt gesteld:

$$\text{XI)} \quad H = \frac{3az(2a_1 - z) - 2(a_1 - z)^3}{i}$$

$$\text{XII)} \quad J = R \left\{ \frac{(a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{J} - \frac{3az(a_0 - z) - (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{i} \right\}$$

$$\text{XIII)} \quad K = \frac{2(a + a_1 - z)^3}{J}$$

$$\text{XIV)} \quad L = \frac{3az(a + a_1)}{i}$$

$$\text{XV)} \quad O = Q \left\{ \frac{(a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{J} - \frac{3az(a_0 - z) - (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{i} \right\},$$

zoo wordt Va)

$$\text{Vb)} \quad P \left[\frac{6 \delta}{D} - H - J \right] - P_1 \left[\frac{6 \delta}{D} + K + L - O \right] = 0,$$

waaruit volgt

$$P_1 = P \frac{\frac{6 \delta}{D} - H - J}{\frac{6 \delta}{D} + K + L - O}$$

Dit gesubstitueerd in IVb) geeft

$$P \frac{\left(\frac{6 \delta}{D} + K + L - O \right) B + (C + F) \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J \right)}{\frac{6 \delta}{D} + K + L - O} - 6 \frac{\delta}{z^2} e = 0,$$

of

$$\text{XVI)} \quad P = \frac{6 \frac{\delta}{z^2} e \left(\frac{6 \delta}{D} + K + L - O \right)}{(C + F) \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J \right) + B \left(\frac{6 \delta}{D} + K + L - O \right)}$$

en

$$\text{XVII)} \quad P_1 = \frac{6 \frac{\delta}{z^2} e \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J \right)}{(C + F) \left(\frac{6 \delta}{D} - H - J \right) + B \left(\frac{6 \delta}{D} + K + L - O \right)}$$

Nadat P en P_1 berekend zijn, zijn uit de vergelijkingen Ia), IIa) en IIIa) verder de waarden van p_0 , p_1 en p_2 te berekenen.

De hoek φ_0 , dat is de hoek, dien de vervormde elastische lijn van de rail in de doorsnede CD maakt met de horizontale is te berekenen op

$$\varphi_0 = \alpha_1 - p_0 \frac{z^2}{2 \delta J}, \text{ waarin}$$

$$\alpha_1 = \frac{z}{2 \delta i} \left\{ P (2a_1 - z) + p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\}, \text{ zoodat}$$

$$\text{XVIII)} \quad \varphi_0 = \frac{z}{2 \delta i} \left\{ P (2a_1 - z) + p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} - p_0 \frac{z^2}{2 \delta J},$$

in welke formule P , p_0 , p_1 en p_2 bekenden zijn.

De zakking van het rad bij plaatsing in het midden van de lasch, welke zakking y_0 genoemd wordt, is als volgt te bepalen:

Wordt y genoemd de zakking van de reactie P , dan is $y = \frac{P}{D}$;

en δ_{Pl} , de doorbuiging van de laschplaat tengevolge van de op de laschplaat werkende krachten in de onderstelling van inklemming in de doorsnede AB, zoo geldt:

$$y = y_0 - e - \delta_{Pl}, \quad \text{in welke formule } y = \frac{P}{D} \text{ en}$$

$$\delta_{Pl} = p_1 \frac{z^3}{3 \delta i} + p_1 \frac{z^2}{2 \delta i} (a_1 - z) + (P + p_2) \frac{a_1^3}{3 \delta i} + p_2 (a_0 - a_1) \frac{a_1^2}{2 \delta i}$$

$$= \frac{1}{6 \delta i} \left[p_1 z^2 (3a_1 - z) + \{ 2 P a_1 + p_2 (3a_0 - a_1) \} a_1^2 \right],$$

zoodat

$$\frac{P}{D} = y_0 - e - \frac{1}{6 \delta i} \left[p_1 z^2 (3a_1 - z) + \{ 2 P a_1 + p_2 (3a_0 - a_1) \} a_1^2 \right]$$

Wordt gesteld

$$\text{XIX)} \quad U = p_1 z^2 (3a_1 - z) + \{ 2 P a_1 + p_2 (3a_0 - a_1) \} a_1^2, \text{ zoo wordt}$$

$$\text{XX)} \quad y_0 = \frac{P}{D} + e + \frac{U}{6 \delta i}.$$

HOOFDSTUK III,

waarin de in hoofdstuk II gegeven berekeningswijzen in toepassing worden gebracht en de uitkomsten voor verschillende lasschen worden vergeleken.

De lasschen, die aan een theoretisch onderzoek zullen worden onderworpen, worden verondersteld te zijn samengesteld uit:

De rail der Pruisisch Hessische Staatsspoorwegen met een gewicht van 33,4 KG/M' mede in gebruik bij de Staatsspoorwegen op Java en waarvoor het traagheidsmoment v/d doorsnede $\mathfrak{J} = 1036 \text{ cm}^4$ en de laschplaten van prismatischen vorm met een traagheidsmoment v/d doorsnede voor twee stuks $i = 368 \text{ cm}^4$

Teneinde de beide laschconstructie's volgens type I en type II met elkander te kunnen vergelijken, wordt voor beide hetzelfde traagheidsmoment voor de laschplaten aangehouden en wordt voor laschconstructie II gedacht, dat de laschplaten van laschconstructie I met behoud van hun traagheidsmoment een weinig verder naar beneden zijn uitgebouwd, zoodat de laschplaten op de laschdwarsliggers komen te steunen en de rail van die liggers is afgetild.

De elasticiteitsmodulus van het materiaal van rail en laschplaten wordt aangenomen op $E = 2200 \text{ ton/cm}^2$, terwijl verder wordt verondersteld, dat

De normale dwarsliggerafstand . . $a = 65 \text{ cm}$.

De halve laschdwarsliggerafstand . $a_1 = 25 \text{ cm}$.

De halve laschplaatlengte $a_0 = 50 \text{ cm}$.

De bovengenoemde grootheden voor de te beschouwen lasschen dezelfde houdend, zal worden berekend:

Lasch IIIa. geconstrueerd volgens Laschconstructie I (rails steunen op laschdwarsliggers) met

een weerstand van den dwarsligger $D = 6,34 \text{ ton}$ en een verticale speling tusschen rails- en laschplaten $e = 0,03 \text{ cm}$.

Lasch IIIb. t.w. Laschconstructie I met $D = 10 \text{ ton}$ en $e = 0,03 \text{ cm}$.

Lasch IIIc. t.w. Laschconstructie I met $D = 6,34 \text{ ton}$ en $e = 0,05 \text{ cm}$.

Lasch IIId. t.w. Laschconstructie I met $D = 10 \text{ ton}$ en $e = 0,05 \text{ cm}$.

Teneinde te laten zien, welken invloed het heeft, zoo de laschplaten verzwaard worden, wordt de volgende lasch geconstrueerd gedacht met laschplaten, die 1,5 het traagheidsmoment bezitten, van de bij de vorige lasschen gebruikte, zoodat daarvoor het traagheidsmoment voor twee laschplaten $i_1 = 1,5 \times 368 = 552 \text{ cm}^4$.

Die lasch wordt genoemd:

Lasch IIIe. t.w. Laschconstructie I met $D = 10 \text{ ton}$; $e = 0,05 \text{ cm}$. en $i_1 = 1,5 i$.

Daarna zullen worden berekend:

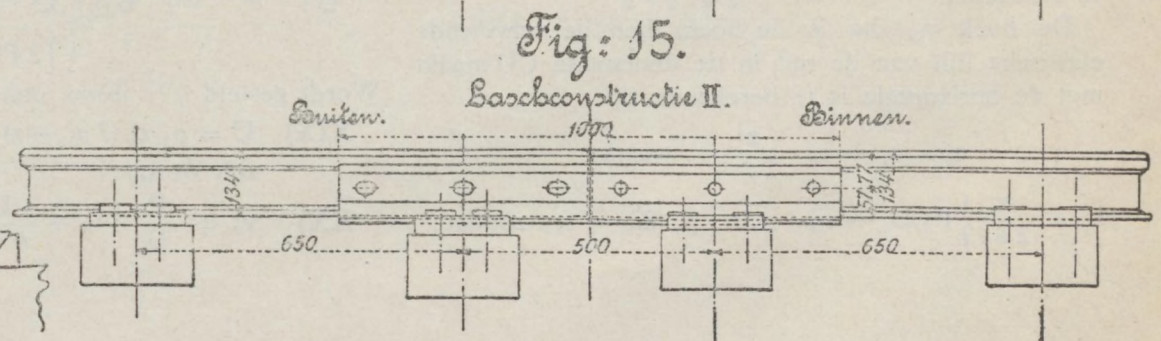
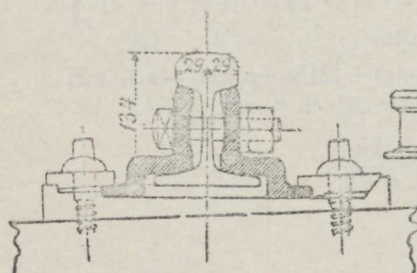
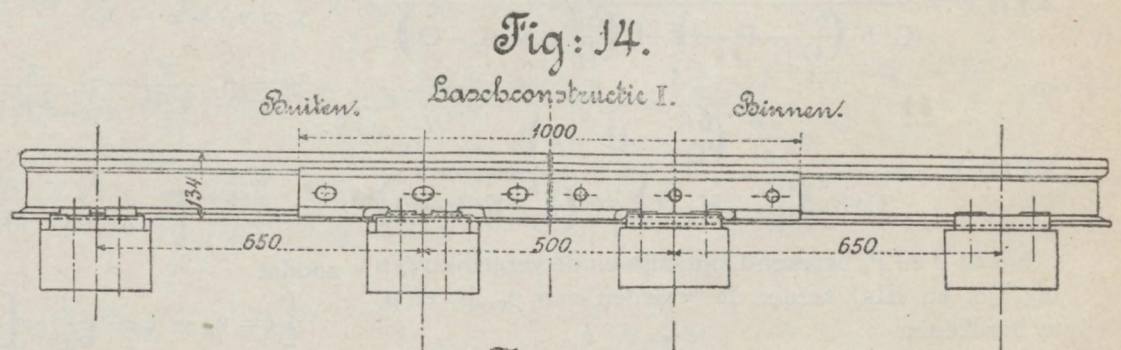
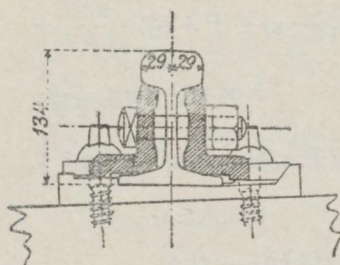
Lasch IIIf. volgens Laschconstructie II (laschplaten steunen op laschdwarsliggers) met verder dezelfde gegevens als voor Lasch IIIa.

Lasch IIIg. t.w. Laschconstructie II met verder dezelfde gegevens als voor Lasch IIIb.

Lasch IIIh. t.w. Laschconstructie II met verder dezelfde gegevens als voor Lasch IIIc.

Lasch IIIj. t.w. Laschconstructie II, verder overeenkomstig Lasch IIId en

Lasch IIIk. t.w. Laschconstructie II, verder overeenkomstig Lasch IIIe.



In fig. 14 is de laschconstructie van het type I geschetst en in fig 15 is het type II aangegeven.

De berekeningen zijn zoodanig opgezet, dat voor de gevallen IB en IC benevens IIB en IIC is uitgegaan van een bepaalde waarde van z en daarvoor is bepaald, hoeveel de grootheden bedragen, die een maat zijn voor de deugdelijkheid van de lasch. Uitgaande van $z = 25$ behoeft voor de gevallen IB en

IIB de berekening voor afnemende waarden van z slechts zoover voortgezet te worden tot blijkt, dat de grootte van p_1 gelijk 0 wordt, waarna de toestanden IB en IIB respectievelijk in IA en IIA overgaan. Voor de gevallen IC en IIC behoeft de berekening voor opklimmende waarden van z slechts voortgezet te worden, tot een zwaarte van G verkregen wordt, die in de praktijk niet bereikt wordt.

Lasch IIIa.

Laschconstructie I voor $D = 6,34$ ton en $e = 0,03$ cM.

Voor geval IA wordt berekend:

$$L_1 = \frac{2(a+a_1)^3 - 3a_0(a+a_1)^2 - a_0(a-a_0)(a+a_1) + a a_0^2 - a_1^3 \frac{a+a_1-a_0}{a_0}}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{J}} =$$

$$= \frac{2 \times 90^3 - 150 \times 90^2 - 50 \times 15 \times 90 + 65 \times 50^2 - 25^3 \times 0,8}{6 \times 2200 \times 1036} = 0,0238022;$$

$$N_1 = \frac{2(a+a_1)^3 - a a_0(3a+3a_1-a_0) - a_1^2(3a+2a_1) - a^2 a_0 - \frac{a}{a_0} \{a_1^3 - (a_0-a_1)^3\}}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{J}} =$$

$$= \frac{2 \times 90^3 - 65 \times 50 \times 220 - 25^2 \times 245 - 65^2 \times 50 - 1,3(25^3 - 25^3)}{6 \times 2200 \times 1036} = 0,027686;$$

$$Q_1 = \frac{a^2 a_0}{3 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} = \frac{65^2 \times 50}{3 \times 2200 \times 368} = 0,0869771.$$

Met behulp van de bovenverkrege grootheden wordt bepaald:

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left\{ 1 + D \left(\frac{a+a_1}{a} Q_1 + L_1 \right) \right\} + \frac{a}{a_0} D e}{2 + D(Q_1 + N_1)} = \frac{1}{2} G \frac{1 + 6,34 \left(\frac{18}{13} \times 0,0869771 + 0,0238022 \right)}{2 + 6,34 \times 0,114663} + \frac{1,3 \times 6,34 \times 0,03}{2 + 6,34 \times 0,114663} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,702038 + 0,090672;$$

$$P_1 = \frac{1}{2} G - P = \frac{1}{2} G \times 0,297962 - 0,090672;$$

$$p = \frac{1}{2} G \frac{a+a_1}{a_0} - P \frac{a}{a_0} = \frac{1}{2} G \times 1,8 - \left(\frac{1}{2} G \times 0,702038 + 0,090672 \right) \times 1,3 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,887351 - 0,117874;$$

$$p_0 = p - (P + P_1) = p - \frac{1}{2} G = - \frac{1}{2} G \times 0,112649 - 0,117874;$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} G \left\{ \frac{(a+a_1) a_0}{3 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} - \frac{a_0(a+a_1-a_0)}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{J}} \right\} - P \left\{ \frac{a a_0}{3 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} + \frac{\frac{(a_0-a_1)^3}{a_0} - a a_0}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{J}} \right\} + \frac{e}{a_0} =$$

$$= \frac{1}{2} G \left(\frac{90 \times 50}{6600 \times 368} - \frac{50 \times 40}{13200 \times 1036} \right) - \left(\frac{1}{2} G \times 0,702038 \times 0,090672 \right) \left(\frac{65 \times 50}{6600 \times 368} + \frac{\frac{15625}{50} - 65 \times 50}{13200 \times 1036} \right) + \frac{0,03}{50} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00091792 + 0,00049815;$$

$$y_0 = \frac{P}{D} + a_1 \varphi + \frac{a_1^3}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } \mathfrak{J}} \left(\frac{1}{2} G \frac{a+a_1-a_0}{a_0} - P \frac{a}{a_0} \right) =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} G \times 0,702038 + 0,090672}{6,34} + 25 \times \left(\frac{1}{2} G \times 0,00091792 + 0,00049815 \right) +$$

$$+ \frac{15625}{13200 \times 1036} \left\{ \frac{1}{2} G \times 0,8 - \left(\frac{1}{2} G \times 0,702038 + 0,090672 \right) \times 1,3 \right\} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,133551 + 0,026621.$$

In de grafiek IIIa zijn de waarden van P , P_1 , p , p_0 , φ_0 en y_0 grafisch voorgesteld met de waarden van G als abscis. Zooals uit de verdere berekeningen zal blijken, is de berekeningswijze I A slechts te gebruiken, totdat de G de waarde van 2,95 ton heeft bereikt, voor welke waarde van G de kracht p_1 van

geval IB aanvangt haar invloed te doen gelden.

Over het veld tusschen $G = 16$ en $G = 17$ ton, is in de grafiek gestippeld aangegeven, waar de lijnen voor het geval I A zouden loopen, indien de berekeningswijze voor I A ook voor die waarden van G nog geldig ware, zooals de berekeningswijze van ZIMMERMANN onderstelt.

GEVAL I B.

Voor z in het algemeen.		z = 25	z = 27	z = 30	z = 35	z = 40	z = 45
VI)	$Q = \frac{3a+3a_1-a_0-2z}{2(a_0-z)} \frac{i}{i+\mathfrak{J}}$	0,891168084	0,94586894	1,04843304	1,31054130	1,83475782	8,12535606
VII)	$A = \frac{(z-a_1)a_1(z+a_1)}{\mathfrak{J}}$	0	2,50965251	6,63610039	14,4787645	23,5279923	33,7837838
VIII)	$B = \frac{a_1 z^2}{i}$	42,459239	49,524456	61,1412847	83,220109	108,695652	137,567935
IX)	$C = \frac{(a+a_1-a_0) z^2}{\mathfrak{J}}$	24,1312741	28,1467181	34,7490347	47,2972973	61,7760618	78,1853282
X)	$F = \frac{(a+a_1) z^2}{i}$	152,853261	178,288043	220,108696	299,59239	391,30436	495,24456
XI)	$H = \frac{\frac{a_1}{z} (z-a_1)^3}{\mathfrak{J}}$	0	0,007150007	0,100546975	0,68946497	2,03607625	4,29000429
XII)	$J = \frac{3a a_1 z}{i}$	331,18206	357,67663	397,41848	463,65489	529,89130	596,12772
XIII)	$K = \frac{(a+a_1-z) \{2a^2-(z-a_1)(4a+a_1-\frac{a_1^2}{z})\}}{\mathfrak{J}}$	530,16409	482,004504	412,886102	306,77744	212,80767	131,51544
XIV)	$L = \frac{3(a+a_1)az}{i}$	1192,25543	1287,63586	1430,70651	1669,15760	1907,60868	2146,05977
XVa)	$O_1 = \frac{(a_0-z)(3a+3a_1-a_0-2z)-(z-a_1)^2 \frac{2z+a_1}{z}}{\mathfrak{J}}$	4,10231660	3,6740312	3,0204311	1,9098180	0,7812500	-0,35928785
XVb)	$O_2 = \frac{3az}{i}$	13,247285	14,3070651	15,896739	18,546195	21,195652	23,845109
XV)	$O = Q(a_0-z)(O_1-O_2)$	-203,74265	-231,321405	-269,998966	-327,039870	-374,554837	-412,371210
XVI)	$P = \frac{6\mathfrak{E}e \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right)}{(A+B) \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} - H - J \right)}$	3,30636	2,84450	2,32803	1,75477	1,38622	1,13340
XVII)	$P_1 = \frac{6\mathfrak{E}e \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} - H - J \right)}{(A+B) \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6\mathfrak{E}}{D} - H - J \right)}$	1,44427	1,20130	0,93469	0,64735	0,46947	0,35190
IIIa)	$p_2 = P_1 Q$	1,28709	1,13627	0,97996	0,84838	0,86136	1,19907
IIa)	$p_1 = P \frac{a_1}{z} + P_1 \frac{a+a_1}{z} - P_1 Q \frac{a_0}{z}$	5,93155	4,5339	3,11099	1,70605	0,84600	-0,000225
I)	$p_0 = p_1 + p_2 - P_1 - P_2$	2,46801	1,6244	0,82823	0,15231	-0,14833	-0,28646
XVIII)	$T = z \{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \}$	6120,575	5544,001	4857,900	4020,065	3420,864	2967,243
XIX)	$U = P(z-a_1)^2 + p_0 z^2$	1542,506	1195,566	803,58	362,06	74,5715	-126,722
XX)	$\varphi_0 = \frac{T}{2\mathfrak{E}i} - \frac{U}{2\mathfrak{E}\mathfrak{J}} = \frac{1}{2\mathfrak{E}} \left(\frac{T}{i} - \frac{U}{\mathfrak{J}} \right)$	0,003442	0,003162	0,002824	0,002403	0,002096	0,0018603
XXI)	$V = z \left[p_1 z (3a_1 - z) + p_2 \{ z(3a_0 - z) - 3(2a_0 - z)(z - a_1) \} \right]$	285915	247098,6	201256,6	145210	97764,48	76876,70
XXII)	$W = (z-a_1)^2 \{ p_0 (2z+a_1) + 2P(z-a_1) \}$	0	558,8224	2341,996	4956,495	5852,689	10686,44
XXIII)	$y_0 = \frac{P}{D} + \frac{V}{6\mathfrak{E}i} + \frac{W}{6\mathfrak{E}\mathfrak{J}} + e$	0,610375	0,529568	0,438802	0,337034	0,269201	0,225378
	$G = 2(P+P_1)$	9,501	8,092	6,525	4,804	3,711	2,968

LASCH IIIa. Laschconstructie I. D = 6,34 ton en e = 0,03 cM.

Voor het geval IC wordt berekend.

Voor z in het algemeen.	z = 25	z = 22	z = 20	z = 19	z = 18
VI) $Q = \frac{3 a + 3 a_1 - a_0 - 2 z}{2 (a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$	0,8911681	0,8237688	0,7863248	0,7694146	0,7535612
VII) $R = \frac{(a_1 - z)^2 (3 a_0 - a_1 - 2 z)}{2 (a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$	0	0,0043521520	0,010314426	0,013778032	0,017441610
VIII) $A = \frac{(a_0 - a_1) (a_1 - z) (2 a_0 - a_1 - z)}{(a_0 - z)^2 \mathfrak{J}}$	0	0,004893969	0,007373444	0,007396573	0,009402711
IX) $B = \frac{a_1}{i}$	0,067934783	0,067934783	0,067934783	0,067934783	0,067934783
X) $C = \frac{a + a_1 - a_0}{\mathfrak{J}}$	0,0386100	0,0386100	0,0386100	0,0386100	0,0386100
XI) $F = \frac{a + a_1}{i}$	0,24456522	0,24456522	0,24456522	0,24456522	0,24456522
XII) $H = \frac{3 a (a_1 - z)^2}{\mathfrak{J}}$	0	1,6940155	4,7055883	6,7760618	9,2229731
XIII) $J = \frac{3 a a_1 z}{i}$	331,18208	291,44023	264,94566	251,69838	238,45109
XIVa) $K_1 = \frac{3 a (a_0 - z)^2 - (a_0 - a_1)^3}{\mathfrak{J}}$	87,47587	132,4855	154,3915	165,8012	177,6593
XIVb) $K_2 = \frac{3 a z (a_0 - z)}{i}$	331,1821	326,4130	317,9348	312,1060	305,2174
XIV) $K = R (K_1 - K_2)$	0	- 0,8396498	- 1,6875986	- 2,0157919	- 2,224819
XV) $L = \frac{a \{ 2 a^2 + 6 a (a_1 - z) + 3 (a_1 - z)^2 \}}{\mathfrak{J}}$	530,1641	605,2654	657,2152	683,7548	710,6708
XVI) $O = \frac{3 a z (a + a_1)}{i}$	1192,2555	1049,1848	953,8044	906,1142	858,4240
XVII) $S = Q (K_1 - K_2)$	- 217,18319	- 158,92766	- 128,65477	- 112,56905	- 96,12283
XVIII) $P = \frac{6 \frac{\mathfrak{S}}{z^2} e \left\{ \frac{6 \mathfrak{S}}{D} + L + O - S \right\}}{(B-A) \left\{ \frac{6 \mathfrak{S}}{D} + L + O - S \right\} + (C+F) \left\{ \frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J + K \right\}}$	3,31351	4,23879	5,08404	5,57294	6,20467
XIX) $P_1 = \frac{6 \frac{\mathfrak{S}}{z^2} e \left\{ \frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J + K \right\}}{(B-A) \left\{ \frac{6 \mathfrak{S}}{D} + L + O - S \right\} + (C+F) \left\{ \frac{6 \mathfrak{S}}{D} - H - J + K \right\}}$	1,44256	1,94567	2,40877	2,68232	3,03363
IIIa) $p_2 = P_1 Q + P R$	1,28556	1,62123	1,94652	2,14060	2,39425
IIa) $p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - Q a_0}{z} + P \frac{a_1 - R a_0}{z}$	5,93560	9,09175	12,32823	14,40538	17,13507
I) $p_0 = p_1 + p_2 - P_1 - P$	2,46509	4,52852	6,78194	8,29072	10,29102
XX) $\varphi_0 = z \frac{\{ p_1 z + p_2 (2 a_0 - z) \}}{2 \mathfrak{S} i} - \frac{p_0 z^2}{2 \mathfrak{S} \mathfrak{J}}$	0,003442	0,003955	0,004374	0,004589	0,004880
XXI) $U = z \left[p_1 z (3 a_1 - z) + p_2 \left\{ z (3 a_0 - z) + 3 (2 a_0 - z) (a_1 - z) \right\} \right]$	285922	358698	419157	451749	493060
XXII) $V = (a_1 - z)^2 \left[2 (P + P_1 - p_2) (a_1 - z) + 3 \left\{ P_1 a - p_2 (a_0 - a_1) \right\} \right]$	0	2566,737	9479,60	15691,80	24882,48
XXIII) $y_0 = \frac{P}{D} + \frac{U}{6 \mathfrak{S} i} + \frac{V}{6 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} + e$	0,6114957	0,7726097	0,915281	1,0031579	1,1119755
$G = 2 (P + P_1)$	9,512	12,369	14,986	16,511	18,477

Worden de berekende waarden voor de beschouwde gevallen IB en IC als punten uitgezet met hunne grootten als ordinaat en met de waarde van z als abscis, en verbindt men die punten door een vloeiende lijn, dan wordt de grafiek IIIa₀ verkregen. De schalen, met welke de ordinaten zijn af te lezen, zijn daarop aangegeven.

De gestippelde lijn $z = 25$ geeft aan, dat aldaar de vervormingstoestand IB in dien van IC overgaat.

Worden in stede met z als abscis de waarden der berekende grootheden voorgesteld door punten, waarvan de abscissen door de grootte van G worden bepaald, dan wordt de grafiek IIIa verkregen.

De gestippelde lijnen $G = 2,95$ en $G = 9,55$ geven wederom aan, alwaar de vervormingstoestand IA in dien van IB en deze laatste wederom in dien van IC overgaat.

De overgang van toestand IA in dien van IB heeft plaats voor die waarde van G , waarvoor de kracht p_1 gelijk 0 wordt, terwijl de overgang van IB in IC plaats heeft op het moment, dat z gelijk wordt aan 25 c.M.

De gestippelde lijnen, die tusschen $G = 16$ en $G = 17$ zijn aangegeven, zijn de verlengden van de rechten, die voor het geval IA gelden en zouden dus de waarden der grootheden aangeven, indien de beginselen van de theorie van ZIMMERMANN ook voor grootere waarden van G geldig waren.

Volkomen juist sluit bij $G = 2,95$ ton, de lijn voor p volgens IA aan bij de lijn voor p_2 volgens IB.

Het is thans alzoo eenvoudig om te beoordeelen, in hoever de berekeningswijze van ZIMMERMANN als voldoende nauwkeurig mag worden beschouwd en dan valt wel bijzonder in het oog:

1e het ontbreken van de kracht p_1 in de berekeningswijze van ZIMMERMANN;

2e het groote verschil in de waarde van de kracht p_0 , die volgens berekening ZIMMERMANN bij toenemende grootte van de radbelasting G een steeds grootere negatieve waarde zou krijgen en thans blijkt voor $G = 4,45$ ton gelijk 0 te worden, daarna steeds een positieve waarde te behouden om voor $G = 16$ ton zelfs de grootte van $+ 7,75$ ton te verkrijgen;

3e de hoekverandering φ_0 blijkt in werkelijkheid beduidend minder te zijn dan uit de berekeningswijze van ZIMMERMANN zou volgen. Bijzonder valt bij de beschouwing van de lijn voor φ_0 in het oog, dat de grootte van den hoek φ_0 na vanaf $G = 0$ ton tot $G = 2,95$ ton bijzonder sterk te zijn toegenomen daarna zooveel flauwer aangroeit, zoodat van een evenredigheid van die hoekverandering met de grootte van G absoluut geen sprake meer kan zijn;

4e het verschil in de waarden van y_0 voor beide berekeningen is niet zoo opmerkelijk groot, terwijl

5e de waarde van P in werkelijkheid iets kleiner is dan volgens ZIMMERMANN berekend wordt, en

6e de waarde van P_1 in werkelijkheid iets grooter is, dan ZIMMERMANN berekent.

De beide laatste omstandigheden wijzen erop, dat de lasch in werkelijkheid stijver is dan met de theorie van ZIMMERMANN overeenkomt.

Een verschil wordt mede gevonden in het optredend moment in de laschplaten.

De grafiek is voortgezet tot een radbelasting $G = 16$ ton. Bij een spoorbaan met breedte 1,067 M' zal de maximale raddruk der locomotieven niet meer dan 6 ton bedragen en kan men er op rekenen, dat een dergelijk rad door de een of andere oorzaak onder volstrekt niet abnormale omstandigheden met 50 % overbelast kan zijn. De totale raddruk bedraagt dan ± 9 ton.

Volgens grafiek IIIa zal daarvoor $p_1 = 5,4$ ton bedragen

$$p_2 = 1,22 \text{ ton,}$$

$$\text{en } z = 25,8 \text{ c.M, terwijl}$$

de niet geldende berekeningswijze van ZIMMERMANN zou hebben gegeven $p = 3,64$ ton, zooals mede uit de grafiek te bepalen is door n.l. het gestippelde gedeelte der lijn voor p te verbinden met dat, hetwelk voor den belastingstoestand IA geldt.

Uit fig. 14 is dadelijk te zien, dat het optredend maximale moment in de laschplaten te berekenen is op

$$\text{Mom}_{\max.} = 1,22 \times 50 + 5,4 \times 25,8 = 61 + 139,32 = 200,32 \text{ ton c.M.}$$

Volgens de berekeningswijze van ZIMMERMANN zou zijn berekend;

$$\text{Mom}_{\max.} = 3,64 \times 50 = 182 \text{ ton c.M.}$$

Volgens ZIMMERMANN'S methode zou het optredend moment alzoo 9 % te klein berekend worden.

De grootte van den weerstand van den dwarsligger $D = 6,34$ ton is die, welke te berekenen is voor een dwarsligger van de afmetingen $200 \times 22 \times 12 \text{ c.M}^3$ bij een spoorwijdte van 1,067 M' en een ballast-coëfficiënt van $C = 3$.—

Wil men nagaan in hoever de toestand bij een baan met normale spoorwijdte 1,435 M' en den daarbij behoorenden normalen houten dwarsligger van 2,70 M' lengte zich van dien bij een baan met 1,067 M' wijdte onderscheidt, dan behoeft men de berekeningen slechts uit te voeren voor een hooger dwarsliggerweerstand, waarvoor in de hier volgende toepassing zal worden aangehouden 10 ton. De uitkomsten dezer toepassing, die met IIb zal worden aangeduid, geven meteen uitsluitsel in zake de veranderingen in de berekende grootheden voor het geval bij het spoor met 1,067 M' wijdte en den daarbij behoorenden normalen dwarsligger van 2,00 M' lengte de ballastcoëfficiënt wordt verhoogd tot $C = 8$, aangezien daarvoor tevens geldt, dat $D = \pm 10$ ton.—

Overgaande tot de volgende toepassing valt alzoo te definiëren.

LASCH IIIb.

Laschconstructie I. Gegevens overeenkomstig IIIa met wijziging van den wederstand van den dwarsligger in $D = 10$ ton, terwijl evenals in IIIa wordt vooropgesteld $e = 0,03$ cM.—

Lasch IIIb. Laschconstructie I.

$D = 10$ ton; $e = 0,03$ cM.

Geval IA.

Zooals voor lasch IIIa voor dit geval IA berekend werd

$L_1 = 0,0238032$; $N_1 = 0,027686$; $Q_1 = 0,0869771$,
zoodat $Q_1 + N_1 = 0,114663$.

$$P = \frac{1/2 G \left\{ 1 + D \left(\frac{a+a_1}{a_0} Q_1 + L_1 \right) \right\} + \frac{a}{a_0} De}{2 + D (Q_1 + N_1)} =$$

$$= 1/2 G \frac{1 + 10 \left(\frac{18}{13} \times 0,086977 + 0,0238032 \right)}{2 + 10 \times 0,114663} + \frac{1,3 \times 10 \times 0,03}{2 + 10 \times 0,114663} = 1/2 G \times 0,77618 + 0,12394.$$

$$P_1 = 1/2 G - P = 1/2 G \times 0,22382 - 0,12394.$$

$$p = 1/2 G \frac{a+a_1}{a_0} - P \frac{a}{a_0} = 1/2 G \times 1,8 - 1,3 (1/2 G \times 0,77618 + 0,12394) = 1/2 G \times 0,750966 - 0,161122.$$

$$p_0 = p - 1/2 G = -1/2 G \times 0,209034 - 0,161122.$$

$$\varphi = 1/2 G \left\{ \frac{(a+a_1)a_0}{3 \mathfrak{S} i} - \frac{a_0(a+a_1-a_0)}{6 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} \right\} - P \left\{ \frac{aa_0}{3 \mathfrak{S} i} + \frac{\left(\frac{a_0-a_1}{a_0} \right)^3 - aa_0}{6 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} \right\} + \frac{e}{a_0} =$$

$$= 1/2 G \left\{ \frac{90 \times 50}{6600 \times 368} - \frac{50 \times 40}{13200 \times 1036} \right\} - P \left\{ \frac{65 \times 50}{6600 \times 368} + \frac{\frac{15625}{50} - 65 \times 25}{13200 \times 1036} \right\} + \frac{0,03}{50} =$$

$$= 1/2 G \times 0,00170625 - P \times 0,00112331 + 0,0006 =$$

$$= 1/2 G \times 0,00170625 - 0,00112331 (1/2 G \times 0,77618 + 0,12394) + 0,0006 = 1/2 G \times 0,00083436 + 0,00046078$$

$$y_0 = \frac{P}{D} + a_1 \varphi + \frac{a_1^3}{6 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} \left(1/2 G \frac{a+a_1-a_0}{a_0} - P \frac{a}{a_0} \right) =$$

$$= 1/2 G \times 0,077618 + 0,012394 + 25 (1/2 G \times 0,00083436 + 0,00046078) +$$

$$+ \frac{15625}{13675200} \left\{ 1/2 G \times 0,8 - 1,3 (1/2 G \times 0,77618 + 0,12394) \right\} =$$

$$= 1/2 G \times 0,097238 + 0,023730.$$

Voor de berekening van de gevallen IB en IC der lasch IIIb kan gebruik worden gemaakt van de berekende waarden voor de lasch IIIa, voor zoover daarin D niet voorkomt;

GEVAL IB.

In 't algemeen geldt:	voor z = 25	z = 27	z = 30	z = 35	z = 40	z = 45	z = 48
XVI) $P = \frac{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } e \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right)}{(A+B) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} - H - J \right)}$	4,10913	3,54931	2,90644	2,20459	1,75361	1,44392	1,30189
XVII) $P_1 = \frac{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } e \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} - H - J \right)}{(A+B) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right) + (C+F) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} - H - J \right)}$	1,25169	1,02589	0,78087	0,52067	0,36225	0,25911	0,21381
IIIa) $p_2 = P_1 Q$	1,11547	0,97036	0,81869	0,68236	0,66464	0,88269	1,73728
IIa) $p_1 = P \frac{a_1}{z} + P_1 \frac{a + a_1}{z} - P_1 Q \frac{a_0}{z}$	6,38428	4,90908	3,41016	1,93878	1,08027	0,33942	-0,73071
I) $p_0 = p_1 + p_2 - P_1 - P_2$	2,13893	1,30424	0,54154	-0,10412	-0,37095	-0,48072	-0,50913
XVIII) $T = z \left\{ p_1 z + p_2 (2 a_0 - z) \right\}$	6084,181	5504,799	4788,393	3927,375	3323,568	2872,478	2652,695
XIX) $U = P (z - a_1)^2 + p_0 z^2$	1340,940	964,988	560,047	92,912	-198,958	-395,890	-484,336
XX) $\varphi_0 = \frac{T}{2 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} - \frac{U}{2 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } j} = \frac{1}{2 \text{ } \mathfrak{S}} \left(\frac{T}{i} - \frac{U}{j} \right)$	0,003463	0,003188	0,002834	0,002405	0,002096	0,001861	0,001745
XXI) $V = z \left[p_1 z (3 a_1 - z) + p_2 \left\{ z (3 a_0 - z) - 3 (2 a_0 - z) (z - a_1) \right\} \right]$	286654,84	247312,32	200741,27	144556,62	105690,064	77235,086	63617,380
XXII) $W = (z - a_1)^2 \left\{ p_0 (2 z + a_1) + 2 P (z - a_1) \right\}$	0	468,9288	1877,3825	3420,0400	3073,1738	989,600	-908,7109
XXIII) $y_0 = \frac{P}{D} + \frac{V}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} + \frac{W}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } j} + e$	0,4999	0,4359	0,3621	0,2805	0,2273	0,1904	0,1732
$G = 2 (P + P_1)$	10,722	9,150	7,375	5,451	4,232	3,406	3,031

GEVAL IC.

In het algemeen geldt:	voor z=25	z = 22	z = 20	z = 19	z = 18
XVIII) $P = \frac{6 \frac{\text{ } \mathfrak{S}}{z^2} e \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} + L + O - S \right)}{(B-A) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} + L + O - S \right) + (C+F) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} - H - J + K \right)}$	4,11863	5,25261	6,28111	6,86433	7,63694
XIX) $P_1 = \frac{6 \frac{\text{ } \mathfrak{S}}{z^2} e \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} - H - J + K \right)}{(B-A) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} + L + O - S \right) + (C+F) \left(\frac{6 \text{ } \mathfrak{S}}{D} - H - J + K \right)}$	1,24941	1,71997	2,15275	2,40628	2,73758
IIIa) $p_2 = P_1 Q + PR$	1,11343	1,439718	1,757547	1,946004	2,196135
IIa) $p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - Q a_0}{z} + P \frac{a_1 - R a_0}{z}$	6,38964	9,73303	13,14489	15,30912	18,19443
I) $p_0 = p_1 + p_2 - P_1 - P$	2,13503	4,200168	6,468577	7,983514	10,016019
XX) $\varphi_0 = \frac{z \left\{ p_1 z + p_2 (2 a_0 - z) \right\}}{2 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} - \frac{p_0 z^2}{2 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } j}$	0,003463	0,003989	0,004416	0,004630	0,004931
XXI) $U = z \left[p_1 z (3 a_1 - z) + p_2 \left\{ z (3 a_0 - z) + 3 (2 a_0 - z) (a_1 - z) \right\} \right]$	286662,9	361100,1	422761,2	455543,6	498010,4
XXII) $V = (a_1 - z)^2 \left[2 (P + P_1 - p_2) (a_1 - z) + 3 \left\{ P_1 a - p_2 (a_0 - a_1) \right\} \right]$	0	2345,512	8868,334	14802,10	23697,15
XXIII) $y_0 = \frac{P}{D} + \frac{U}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } i} + \frac{V}{6 \text{ } \mathfrak{S} \text{ } j} + e$	0,5009	0,6298	0,7458	0,8113	0,8979
$G = 2 (P + P_1)$	10,736	13,945	16,868	18,541	20,749

In grafiek IIIb zijn de voor de lasch IIIb berekende grootheden grafisch voorgesteld.

Tusschen de abscissen $G = 16$ en $G = 17$ ton is wederom gestippeld aangegeven, alwaar de rechte lijnen zouden loopen, die de waarden der volgens de Zimmermannsche berekeningswijze bepaalde grootheden, voorstellen.

Bij beschouwing dezer grafiek blijkt wederom, dat de constructie stijver is dan de berekeningswijze van ZIMMERMANN uitwijst, immers P_1 is in werkelijkheid grooter en P kleiner. Wederom blijkt de doorzakking y_0 kleiner te zijn en de hoek φ_0 beduidend kleiner dan ZIMMERMANN berekent.

De kracht p_0 verkrijgt voor $G = 5,80$ ton de waarde van 0 en neemt wederom voor grootere waarden van G zeer sterk in grootte toe.

Wordt nagegaan het verschil in moment, dat in de laschplaten als maximum optreedt voor $G = 9$ ton, dan bedraagt dat volgens mijne berekening:

$Mom_{max.} = p_2 \times 50 + p_1 \times z = 0,95 \times 50 + 4,7 \times 27,6 = 47,5 + 129,7 = 177,2$ ton c.M. en volgens ZIMMERMANN:

$Mom_{max.} = p \times 50 = 3,42 \times 50 = 171,0$ ton c.M.

ZIMMERMANN berekent 3,6 % te gering.

Vergelijkt men grafiek IIIb met IIIa teneinde te onderzoeken, welke gevolgen het verzwaren van de dwarsliggers, dan wel een verbetering van den ballast op de laschconstructie heeft, dan komt men tot het volgende:

Voor $G = 9$ ton is voor IIIa en voor IIIb.

$D =$	6,34	10 ton
$P =$	3,15	3,50 ton
$P_1 =$	1,35	1,00 ton
$y_0 =$	0,585	0,43 c.M.
$\varphi_0 =$	0,00335	0,00316
$p_1 =$	5,4	4,7 ton
$p_2 =$	1,22	0,95 ton
$z =$	25,6	27,2 c.M.
Max. Moment in laschplaten = 200,3 177,2 ton c.M.		

Het blijkt, dat door den weerstand van den dwarsligger te verminderen de laschconstructie voor zware lasten n.l. $G = 9$ ton in betere conditie komt, doordat de doorbuiging verminderd, de hoek φ_0 kleiner en de optredende spanning in de laschplaten geringer wordt.

Voor een raddruk van 5 ton geeft de grafiek IIIa voor p_0 een positieve waarde aan, terwijl die kracht voor de laschconstructie IIIb negatief is.

De kracht p_0 wordt voor lasch IIIa voor $G = 4,2$ ton

gelijk 0, terwijl die voor lasch IIIb voor $G = 5,8$ ton gelijk 0 wordt. In verband met hetgeen op bladz. 12 is opgemerkt aangaande het verkrijgen eener negatieve waarde voor de kracht p_0 , moet dit laatste beslist een voordeel voor de lasch IIIa genoemd worden.

Teneinde na te gaan, welken invloed het heeft zoo de speling tusschen de laschplaten en de rail in verticalen zin, in de voorgaande gevallen aangenomen op $e = 0,03$ c.M. tot 0,05 c.M. vergroot wordt, wordt verder berekend:

LASCH IIIc, waarvoor de gegevens dezelfde zijn als voor lasch IIIa, met uitzondering, dat de grootte van e in stede van op 0,03 c.M. is aangenomen op 0,05 c.M. D is alzoo wederom gelijk 6,34 ton.

Voor dit geval wordt berekend:

LASCH IIIc. Laschconstructie I. $D = 6,34$ ton;
 $e = 0,05$ c.M.

GEVAL IA.

Zooals bij beschouwing der formules blijkt, zijn de waarden der grootheden L_1 , N_1 en Q_1 dezelfde als voor de gevallen IA der lasschen IIIa en IIIb. Mede volgt uit den vorm der vergelijkingen, dat van de te berekenen grootheden de coëfficiënt van G dezelfde blijkt als voor de lasch IIIa, maar dat de constanten in de vergelijkingen $\frac{5}{3}$ maal zoo groot zijn als die berekend voor de toepassing IIIa.

In verband daarmede valt neer te schrijven:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} G \times 0,702038 + 0,15112 \\ P_1 &= \frac{1}{2} G \times 0,297962 - 0,15112 \\ p &= \frac{1}{2} G \times 0,887351 - 0,196456 \\ p_0 &= -\frac{1}{2} G \times 0,112649 - 0,19646 \\ \varphi_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,00091792 + 0,00083025 \\ y_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,133551 + 0,044368 \end{aligned}$$

Voor GEVAL IB

zijn, zooals uit de formules blijkt, de te bepalen grootheden voor een bepaalde waarde van z evenredig met e , zoodat ook voor dat geval de te berekenen waarden zijn af te leiden uit die berekend voor lasch IIIa, door ze te vermenigvuldigen met $\frac{5}{3}$.

In verband daarmede volgt voor:

LASCH IIIc. Laschconstructie I. $D=6,34$ ton; $e=0,05$ cM.

GEVAL IB.

	$z=25$	$z=27$	$z=30$	$z=35$	$z=40$	$z=45$
$P =$	5,51060	4,74083	3,8801	2,9246	2,3104	1,8890
$P_1 =$	2,4071	2,0021	1,5578	1,0789	0,7825	0,5865
$p_2 =$	2,1452	1,8938	1,6333	1,4140	1,4356	1,9984
$p_1 =$	9,8859	7,5565	5,1850	2,8434	1,4100	— 0,000375
$p_0 =$	4,1134	2,7073	1,3804	0,25385	— 0,24722	— 0,47743
$\varphi_0 =$	0,005737	0,005270	0,004707	0,004005	0,003493	0,003101
$y_0 =$	1,0173	0,8826	0,7313	0,5617	0,4487	0,3756
$G =$	15,835	13,486	10,876	8,007	6,186	4,947

Op overeenkomstige wijze zijn de grootheden voor geval IC uit die voor de lasch IIIa bepaald, af te leiden.

LASCH IIIc. Laschconstructie I. $D=6,34$ ton; $e=0,05$ cM.

GEVAL IC.

	$z=25$	$z=22$	$z=20$	$z=19$	$z=18$
$P =$	5,52252	7,06465	8,4734	9,28823	10,2311
$P_1 =$	2,40927	3,24278	9,01462	4,47053	5,05605
$p_2 =$	2,1426	2,70205	3,24420	3,56783	3,99042
$p_1 =$	9,8927	15,1529	20,5471	26,0090	28,5585
$p_0 =$	4,1085	7,5475	11,3032	13,8145	17,1515
$\varphi_0 =$	0,005735	0,006592	0,007290	0,007648	0,008133
$y_0 =$	1,0192	1,2877	1,5255	1,6719	1,8533
$G =$	15,853	20,615	24,977	27,518	30,795

De berekende grootheden voor de lasch IIIc zijn in grafiek IIIc voorgesteld met de waarden van G als abscis.

Bij beschouwing blijkt, dat voor de grootheden P , P_1 , y_0 en voor het maximale moment in de laschplaat de verschillen met die volgens ZIMMERMANN berekend niet meer zoo groot zijn.

Voor het maximum moment in de laschplaten wordt berekend voor $G=9$ ton.

$$\text{Mom.}_{\text{max. laschplaten}} = p_2 \times 50 + p_1 \times z = 1,48 \times 50 + 3,65 \times 32,8 = 74 + 119,72 = 193,7 \text{ ton cM.}$$

Volgens ZIMMERMANN zou berekend zijn:

$$\text{Mom.}_{\text{max. laschplaten}} = p \times 50 = 3,8 \times 50 = 190 \text{ ton cM}$$

of 2,0 % te weinig.

Bij vergelijking van grafiek IIIc met grafiek IIIa blijkt, dat de berekeningswijze van ZIMMERMANN bij het grooter worden der speelruimte e voor grotere waarden van G juist blijkt. De overgang van belastings-

toestand IA naar dien van IB, zoomede dien van IB naar dien van IC heeft, indien de speelruimte $\frac{5}{3}$ maal zoo groot wordt, blijkens de berekeningen plaats voor de waarden van G, die mede $\frac{5}{3}$ maal zoo groot zijn.

De waarde van G waarvoor p_0 , welke kracht aanvankelijk een negatieve waarde heeft, wederom 0 wordt, ligt thans bij 7,15 ton, zoodat in normale omstandigheden voor die kracht een negatieve waarde wordt berekend.

De nu volgende toepassing betreft de lasch IIId, die zich aansluit bij lasch IIc, maar thans voor de

waarde van D=10 ton.

De lasch IIId komt alzoo in zoover met die genoemd IIb overeen, dat daarin slechts de waarde van e gewijzigd is van 0,03 cM. in 0,05 cM.

Voor het geval IA geldt wederom, dat in de waarden voor de lasch IIb berekend de bekende term slechts met $\frac{5}{3}$ behoeft te worden vermenigvuldigd, terwijl voor de gevallen IB en IC geldt, dat de voor de toepassing IIb berekende grootheden voor dezelfde waarden van z evenredig zijn met de grootte van e, dus voor lasch IIId met $\frac{5}{3}$ zijn te vermenigvuldigen.

LASCH IIId. Laschconstructie I. D = 10 ton, e = 0,05 cM.

GEVAL IA.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} G \times 0,77618 + 0,2066 \\ p &= \frac{1}{2} G \times 0,790966 - 0,2685 \\ \varphi_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,00083436 + 0,0007679 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} G \times 0,22382 - 0,2066 \\ p_0 &= -\frac{1}{2} G \times 0,209034 - 0,2685 \\ y_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,097238 + 0,03955 \end{aligned}$$

LASCH IIId. Laschconstructie I. D = 10 ton, e = 0,05 cM.

GEVAL IB.

	z = 25	z = 27	z = 30	z = 35	z = 40	z = 45	z = 48
P =	6,8486	5,9155	4,8441	3,6743	2,9227	2,4065	2,1698
P ₁ =	2,0862	1,7098	1,3015	0,86778	0,60375	0,43185	0,35635
p ₂ =	1,8591	1,6173	1,3645	1,1373	1,1077	1,4715	2,8955
p ₁ =	10,6405	8,1818	5,6836	3,2313	1,8005	0,5657	-1,2179
p ₀ =	3,5649	2,1737	0,9026	-0,1735	-0,6183	-0,8012	-0,8486
φ ₀ =	0,005772	0,005313	0,004723	0,004008	0,003493	0,003102	0,002908
y ₀ =	0,8332	0,7265	0,6035	0,4675	0,3789	0,3173	0,2887
G =	17,869	15,251	12,291	9,084	7,053	5,677	5,052

LASCH IIId. Laschconstructie I. D = 10 ton, e = 0,05 cM.

GEVAL IC.

	z = 25	z = 22	z = 20	z = 19	z = 18
P =	6,8644	8,7544	10,4685	11,4406	12,7282
P ₁ =	2,0824	2,8666	3,5879	4,0105	4,5626
p ₂ =	1,8557	2,3995	2,9292	3,2433	3,6602
p ₁ =	10,6494	16,2217	21,9082	25,5152	30,3241
p ₀ =	3,5584	7,0003	10,7810	13,3059	16,6934
φ ₀ =	0,005772	0,006649	0,007361	0,007718	0,008213
y ₀ =	0,8348	1,0496	1,2430	1,3522	1,4966
G =	17,893	23,242	28,113	30,902	34,582

De berekende grootheden voor de laschconstructie IIId zijn grafisch voorgesteld in grafiek IIId.

Bij beschouwing der grafiek blijkt, dat voor deze lasch de waarde van de kracht p_0 praktisch steeds negatief blijft. Eerst voor $G = 9,7$ ton wordt die kracht gelijk 0.

Verdere beschouwingen en vergelijkingen met de reeds besprokene lasschen zullen later worden gegeven.

Thans wordt overgegaan tot de berekening van een lasch, die, wat de gegevens betreft, overeenkomt met de laatstbesprokene IIId, maar waarvan verondersteld wordt, dat het traagheidsmoment van de laschplaten is vergroot tot een bedrag, dat 1,5 maal zoo groot is als het vroeger aangenomene, n.l. $i_1 = 1,5 i = 1,5 \times 368 = 552 \text{ cm}^4$.

Met behulp van de uitkomsten van die berekening kan worden gezien, welken invloed het verzwaren van de laschplaten heeft op de grootheden, die ter beoordeeling van de deugdelijkheid van de lasch maatgevend zijn.

De lasch zal worden aangeduid met IIIe.

Achtereenvolgens zullen wederom worden berekend de gevallen IA, IB en IC. Voor zooveel mogelijk wordt van de vroegere berekeningen partij getrokken.

LASCH IIIe. Laschconstructie I. $D = 10$ ton; $e = 0,05 \text{ cm}$; $i_1 = 1,5 i$.

GEVAL IA.

Overgenomen wordt:

$$L_1 = 0,0238022. \quad N_1 = 0,027686.$$

Berekend wordt

$$Q_1 = \frac{2}{3} \times 0,0869771 = 0,057985.$$

$$\text{zoodat } Q_1 + N_1 = 0,085671.$$

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left\{ 1 + D \left(\frac{a + a_1}{a} Q_1 + L_1 \right) \right\} + \frac{a}{a_0} D e}{2 + D (Q_1 + N_1)} =$$

$$= \frac{1}{2} G \frac{1 + 10 \left(\frac{18}{13} \times 0,057985 + 0,0238022 \right)}{2 + 10 \times 0,085671} + \frac{1,3 \times 10 \times 0,05}{2 + 10 \times 0,085671} = \frac{1}{2} G \times 0,71442 + 0,227534.$$

$$P_1 = \frac{1}{2} G \times 0,285581 - 0,227534.$$

$$p = \frac{1}{2} G \frac{a + a_1}{a_0} - P \frac{a}{a_0} = \frac{1}{2} G \times 1,8 - \left(\frac{1}{2} G \times 0,71442 + 0,227534 \right) \times 1,3 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,871254 - 0,295794.$$

$$p_0 = p - \frac{1}{2} G = - \frac{1}{2} G \times 0,128746 - 0,295794.$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} G \left\{ \frac{(a + a_1) a_0}{3 \mathfrak{E} i_1} - \frac{a_0 (a + a_1 - a_0)}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \right\} - P \left\{ \frac{a a_0}{3 \mathfrak{E} i_1} + \frac{\frac{(a_0 - a_1)^3}{6} - a a_0}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \right\} + \frac{e}{a_0} =$$

$$= \frac{1}{2} G \left(\frac{90 \times 50}{6600 \times 552} - \frac{50 \times 40}{13200 \times 1036} \right) - P \left(\frac{65 \times 50}{6600 \times 552} + \frac{\frac{15625}{50} - 65 \times 50}{13200 \times 1036} \right) + \frac{0,05}{50} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00108893 - P \times 0,000677269 + 0,001 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00108893 - \left(\frac{1}{2} G \times 0,71442 + 0,227534 \right) \times 0,000677269 + 0,001 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,000605075 + 0,000845898.$$

$$y_0 = \frac{P}{D} + a_1 \varphi_0 + \frac{a_1^3}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \left\{ \frac{1}{2} G \frac{a + a_1 - a_0}{a_0} - P \frac{a}{a_0} \right\} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} G \times 0,71442 + 0,227534}{10} + 25 \left(\frac{1}{2} G \times 0,000605075 + 0,000845898 \right) +$$

$$+ \frac{15625}{13200 \times 1036} \left\{ \frac{1}{2} G \times 0,8 - \left(\frac{1}{2} G \times 0,71442 + 0,227534 \right) \times 1,3 \right\} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,0864218 + 0,0435629.$$

LASCH IIIe. Laschconstructie I. D = 10 ton; e = 0,05 cM; $i_1 = 1,5 i$.

GEVAL IB.

Voor z in het algemeen geldt		z = 25	z = 27	z = 30	z = 35	z = 40	z = 45
VI)	$Q = \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i_1}{i_1 + \mathfrak{J}}$	1,181864	1,254408	1,390428	1,738035	2,433249	4,518892
VII)	$A = \frac{(z - a_1) a_1 (z + a_1)}{\mathfrak{J}}$	0	2,509653	6,636100	14,478765	23,52799	33,78378
VIII)	$B = \frac{a_1 z^2}{i_1}$	28,30616	33,01630	40,76086	55,48007	72,46377	91,71196
IX)	$C = \frac{(a + a_1 - a_0) z^2}{\mathfrak{J}}$	24,13127	28,14672	34,74903	47,29730	61,77606	78,18533
X)	$F = \frac{(a + a_1) z^2}{i_1}$	101,90217	118,85870	146,73913	199,72826	260,86957	330,16304
XI)	$H = \frac{\frac{a}{z} (z - a_1)^3}{\mathfrak{J}}$	0	0,007150007	0,10054698	0,6894650	2,036076	4,290004
XII)	$J = \frac{3aa_1z}{i_1}$	220,7880	238,4511	264,9457	309,1033	353,2609	397,4185
XIII)	$K = \frac{(a + a_1 - z) \left\{ 2a^2 - (z - a_1) \left(4a + a_1 - \frac{a_1^2}{z} \right) \right\}}{\mathfrak{J}}$	530,1641	482,0045	412,8861	306,7774	212,8077	131,51544
XIV)	$L = \frac{3(a + a_1) a z}{i_1}$	794,8370	858,4239	953,8043	1112,7717	1271,7391	1430,7065
XVa)	$O_1 = \frac{(a_0 - z) (3a + 3a_1 - a_0 - 2z) - (z - a_1)^2 \frac{2z + a_1}{z}}{\mathfrak{J}}$	4,102317	3,674031	3,020431	1,9098180	0,7812500	— 0,3592879
XVb)	$O_2 = \frac{3az}{i_1}$	8,831523	9,538043	10,597826	12,364130	14,130435	15,896739
XV)	$O = Q(a_0 - z)(O_1 - O_2)$	— 139,73196	— 169,18490	— 210,7164	— 272,5494	— 324,8190	— 367,2962
XVI)	$P = \frac{6 \mathfrak{E} e \left(\frac{6 \mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right)}{(A + B) \left(\frac{6 \mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right) + (C + F) \left(\frac{6 \mathfrak{E}}{D} - H - J \right)}$	8,45557	7,19622	5,81791	4,31927	3,37673	2,73982
XVII)	$P_1 = \frac{6 \mathfrak{E} e \left(\frac{6 \mathfrak{E}}{D} - H - J \right)}{(A + B) \left(\frac{6 \mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right) + (C + F) \left(\frac{6 \mathfrak{E}}{D} - H - J \right)}$	3,33765	2,75056	2,11832	1,44861	1,04096	0,77453
IIIa)	$p_2 = P_1 Q$	3,94465	3,45033	2,94537	2,51774	2,53292	3,49877
II)	$p_1 = P \frac{a_1}{z} + P_1 \frac{a + a_1}{z} - P_1 Q \frac{a_0}{z}$	12,58181	9,44221	6,29427	3,213422	1,286476	— 0,81689
I)	$p_0 = p_1 + p_2 - P_1 - P_2$	4,73324	2,94576	1,30341	— 0,036718	— 0,598294	— 0,832293
XVIII)	$T = z \left\{ p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\}$	15259,850	13683,972	11850,120	9664,300	8137,376	7005,254
XIX)	$U = P(z - a_1)^2 + p_0 z^2$	2958,275	2176,244	1318,517	386,9475	— 197,506	— 589,263
XX)	$\varphi_0 = \frac{T}{2 \mathfrak{E} i_1} - \frac{U}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} = \frac{1}{2 \mathfrak{E}} \left(\frac{T}{i_1} - \frac{U}{\mathfrak{J}} \right)$	0,005633	0,005157	0,004590	0,003894	0,003394	0,003014
XXI)	$V = z \left[p_1 z (3a_1 - z) + p_2 \left\{ z (3a_0 - z) - 3(2a_0 - z) (z - a_1) \right\} \right]$	701357,4	596463,5	480238,5	340308,5	244281,2	174732,8
XXII)	$W = (z - a_1)^2 \left\{ p_0 (2z + a_1) + 2P(z - a_1) \right\}$	0	1046,0	4224,1	8289,7	8658,2	5556,2
XXIII)	$y_0 = \frac{P}{D} + \frac{V}{6 \mathfrak{E} i_1} + \frac{W}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} + e$	0,9918	0,8516	0,6980	0,5296	0,4213	0,3480
	$G = 2(P + P_1)$	23,586	19,894	15,872	11,536	8,835	7,028

Aangezien voor $z = 25$ cM reeds een raddruk G van 23,586 ton wordt berekend, is het voor praktische doeleinden niet noodig de waarden van G voor grootere waarden voor z te bepalen, zoodat de beschouwing van het geval IC achterwege kan blijven.

De uitkomsten der berekening zijn in grafiek IIIe grafisch weergegeven voor verschillende waarden van G .

Zooals blijkt bij vergelijking met de lijnen, die bij een berekening volgens ZIMMERMANN zouden gelden, wordt bij het grooter worden van het traagheidsmoment der laschplaten de radbelasting, waarvoor de berekening van ZIMMERMANN nog volkomen geldig is, bij een veronderstelde speelruimte van $e = 0,05$ cM verschoven naar $G = 7,6$ ton, terwijl voor alle in de praktijk voorkomende radbelastingen nl. beneden de 11,7 ton

de waarde van de kracht p_0 negatief blijkt te zijn.

Bovendien kan worden opgemerkt, dat, wat de drukkingen P en P_1 betreft, en de doorbuiging y_0 , het verschil tusschen de hier gegevene en de berekening van ZIMMERMANN niet beduidend kan worden genoemd.

Voor een radbelasting van 9 ton is het max. moment, dat in de laschplaten optreedt te berekenen op:

$M_{om \max.} = p_2 \times 50 + p_1 z = 2,5 \times 50 + 1,42 \times 39,5 = 125 + 56,1 = 181,1$ ton cM. Volgens ZIMMERMANN zou zijn berekend:

$M_{om \max.} = 3,6 \times 50 = 180$ ton cM, zoodat hierin mede geen groot verschil meer blijkt.

Teneinde de tot nu toe berekende lasschen te kunnen vergelijken wordt het ondervolgende lijstje opgemaakt.

LASCHCONSTRUCTIE I.

	Lasch IIIa	Lasch IIIb	Lasch IIIc	Lasch IIId	Lasch IIIe	
$D =$	6,34	10	6,34	10	10	ton
$e =$	0,03	0,03	0,05	0,05	0,05	cM
$i =$	368	368	368	368	552	cM ⁴
$P =$	3,15	3,50	3,25	3,65	3,44	ton
$P_1 =$	1,35	1,00	1,25	0,85	1,06	ton
$y_0 =$	0,585	0,430	0,620	0,465	0,426	cM
$\varphi_0 =$	0,00335	0,00316	0,00427	0,00400	0,00360	
$p_1 =$	5,4	4,7	3,65	3,17	1,42	ton
$p_2 =$	1,22	0,95	1,48	1,12	2,50	ton
$z =$	25,8	27,6	32,8	35,2	39,5	cM
Mom =	200,3	177,2	193,7	167,8	181,1	ton cM
max. in laschplaten						
$p_0 =$	+ 2,16	+ 1,22	+ 0,60	— 0,20	— 0,57	ton

De bovenstaande cijfers leeren ons de reeds bekende waarheden.

1e. dat door vergrooting van den dwarsliggerweerstand D :

- de druk op den laschdwarsligger wordt vergroot. Aangezien de vergrooting van dien weerstand wordt verkregen door de afmetingen van den dwarsligger te wijzigen, wat met een vergrooting van het oppervlak gepaard gaat, dan wel door het ballastmateriaal te verbeteren, waarop dan een hooger druk per cM² is toe te laten, geeft een vergrooting van den dwarsliggerweerstand toch steeds gunstiger lasch, wat de drukking op den ballast betreft,
- de doorbuiging y_0 vermindert zoodat het optredende maximale moment in de laschplaten,
- de hoekverandering φ_0 niet noemenswaard beïnvloed wordt,

d. de waarde van G , waarvoor de kracht p_0 gelijk 0 wordt, grooter wordt.

2e. dat door het aanwezig zijn van een grootere speelruimte e :

- de druk op de laschdwarsliggers toeneemt, doch niet beduidend,
- de doorbuiging y_0 en de hoekverandering φ_0 grooter worden,
- het moment in de laschplaten slechts in geringe mate beïnvloed wordt in dien zin, dat met een grootere e een eenigszins kleiner moment gepaard gaat,
- de waarde van G , waarvoor de kracht p_0 niet meer negatief is, toeneemt.

3e. dat verzwaring van het traagheidsmoment der laschplaten tot gevolg heeft:

- dat de druk op den laschdwarsligger P iets vermindert,

- b. dat de doorzakking y_0 vermindert,
- c. dat de hoekverandering φ_0 vermindert,
- d. dat het max. moment in de laschplaten grooter wordt, hetgeen echter in verband met de omstandigheid, dat de verzwaarde laschplaten ook een grooter weerstandsmoment zullen hebben verkregen, toch ten slotte tot een vermindering van de optredende spanning zal leiden,
- e. dat de waarde van G , waarvoor de kracht p_0 niet meer negatief is, wordt vergroot.

Voor lichtere dan de maximale belasting (hiervoor aangenomen op 9 ton raddruk) zijn de drukkingen op de dwarsliggers (P en P_1) zoomede de waarden der maximale momenten in de laschplaten van minder belang, maar treedt meer op den voorgrond de vraag, of de kracht p_0 negatief wordt.

Met voldoening wordt opgemerkt, dat de uitkomsten der berekeningen, voor wat de waarde van p_0 betreft, bijzonder goed overeenstemmen met hetgeen de onderzinking leert.

Uit de berekeningen volgt nl.,

dat de druk p_0 bij een bepaalde laschconstructie te eerder een negatieve waarde verkrijgt:

- a. naarmate de raddruk geringer is, hetgeen hiermede overeenkomt, dat zware wagens rustiger rijden dan lichte;
- b. naarmate de onderlaag (ballast of iets anders) minder samendrukbaar is; in de praktijk blijkt dit o. a. doordat op bruggen zware zoowel als lichte wagens bijzonder stooten;
- c. naarmate de speelruimte tusschen laschplaten en rails grooter is; d. w. z. dat de overgang stootender plaats grijpt, als de laschbouten minder goed aangedraaid zijn; en
- d. naarmate de laschplaten stijver (zwaarder) en langer zijn.

Deze laatste ongunstige eigenschap van stijve en lange laschplaten kan zich niet zoo dadelijk doen gevoelen, omdat daar andere voordeelen tegenover staan.

Toch mag worden aangenomen, dat de praktijk in deze aangelegenheid ook reeds uitspraak heeft gedaan, nu men in den laatsten tijd algemeen de lange en stijve laschplaten met 6 boutgaten, wederom ziet vervangen door kortere en minder zware laschplaten met 4 boutgaten, waarmede men mijns inziens echter geenszins een stap op den goeden weg gedaan heeft.

Voor de berekende lasschen is neer te schrijven:

	Lasch IIIa	Lasch IIIb	Lasch IIIc	Lasch IIId	Lasch IIIe
p_0 wordt gelijk 0 voor $G =$	4,25	5,8	7,15	9,7	11,7 ton.

Bijzonder moet het den lezer treffen, dat dus voor vele en wel de meeste der over de rails loopende voertuigen nl. die met minder dan 8,5 ton asdruk, de kracht p_0 voor alle beschouwde lasschen negatief wordt, zoodat bij overgang van het rad de niet gewenschte vormverandering ontstaat, zooals die in fig. 8 schematisch werd aangegeven.

Het kan niet worden ontkend, dat het stooten van het rad tegen den eenigszins opgebogen railkop een zeer ongunstigen invloed moet uitoefenen op alles wat met de laschconstructie in verband staat.

In de eerste plaats zal bij den overgang van het rad op den van te voren opgeheven railkop een plotselinge wijziging in de vormverandering, dus mede in de optredende spanningen in de ijzerdeelen en den ballast moeten ontstaan; iets, dat met den daarmee gepaard gaanden schok de laschconstructie in sterke trilling zal zetten.

In de tweede plaats heeft het rad de neiging, nu het tegen den opgebogen railkop aanstoot en tegelijkertijd een algeheele wijziging in de vormverandering te weeg brengt, die rail naar voren te stooten, hetgeen het kruipen van de rails zeer in de hand moet werken.

Gaat men na, of het stooten tegen den opgeheven railkop bij de lasch een bijzondere oorzaak voor het kruipen van de rails kan zijn, dan zou een onderzoek moeten uitwijzen:

1° dat het kruipen van de rails sneller geschiedt bij het gebruik van laschplaten, die over de raillasschdwarsliggers heenschieten, dan bij die waarvan de totale lengte kleiner is dan de laschdwarsliggerafstand. Bij deze laatste kan de kracht p_0 alleen bij uitzondering nl. voor bijzonder kleine waarden van G een negatieve waarde verkrijgen.

2° moet het kruipen van de rails bij het gebruik van laschplaten, die niet veel langer zijn dan de laschdwarsliggerafstand, bij een licht vervoer intensiever geschieden dan bij een zwaar vervoer (waarmede bedoeld wordt zwaardere asdrukken).

Bij enkelsporige banen, die in beide richtingen bereden worden, moet dan voor zulk een laschconstructie blijken, dat het spoor ten slotte kruipt in de richting van het lichtste vervoer, indien nl. geen andere omstandigheden op het kruipen van invloed zijn, o. a. de helling van de baan.

Aangezien deze beide conclusie's niet zoo dadelijk uit de hiervoor gaande berekeningen volgen, zal ter nadere toelichting de waarde van p_0 als functie van G hier nog berekend worden voor het geval IA, waarbij $D = 6,34$ ton en $e = 0,03$ cM; allereerst in de onderstelling, dat de halve laschplaatlengte $a_0 = 20$ cM. en daarna in de onderstelling, dat $a_0 = 35$ cM.; ter onderscheiding zal de eerste waarde van p_0 worden aangeduid met $p_{0\ 20}$ en de tweede met $p_{0\ 35}$.

Geval IA voor $D = 6,34$ ton en $e = 0,03$ cM. a_0 wordt in stede van 50 cM. gelijk 20 cM. genomen.

$$L_1 = \frac{2(a + a_1)^3 - 3a_0(a + a_1)^2 - a_0(a - a_0)(a + a_1) + a a_0^2 - a_1^3 \frac{a + a_1 - a_0}{a_0}}{6 \text{ } \& \text{ } 3} =$$

$$= \frac{2 \times 90^3 - 60 \times 90^2 - 20 \times 45 \times 90 + 65 \times 20^2 - 25^3 \times 3,5}{6 \times 2200 \times 1036} =$$

$$= 0,063057.$$

$$N_1 = \frac{2(a + a_1)^3 - a a_0(3a + 3a_1 - a_0) - a_1^2(3a + 2a_1) - a^2 a_0 - \frac{a}{a_0} \{a_1^3 - (a_0 - a_1)^3\}}{6 \text{ } \& \text{ } 3} =$$

$$= \frac{2 \times 90^3 - 65 \times 20 \times 250 - 25^2 \times 245 - 65^2 \times 20 - 3,25(25^3 + 5^3)}{6 \times 2200 \times 1036} =$$

$$= 0,0617313.$$

$$Q_1 = \frac{a^2 a_0}{3 \text{ } \& \text{ } i} = \frac{65^2 \times 20}{3 \times 2200 \times 368} = 0,0347908.$$

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left\{ 1 + D \left(\frac{a + a_1}{a} Q_1 + L_1 \right) \right\} + \frac{a}{a_0} De}{2 + D(Q_1 + N_1)} =$$

$$= \frac{1}{2} G \frac{1 + 6,34 \left(\frac{18}{13} \times 0,0347908 + 0,063057 \right)}{2 + 6,34 \times 0,0965221} + \frac{3,25 \times 6,34 \times 0,03}{2 + 6,34 \times 0,0965221} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,652842 + 0,236662.$$

$$p = \frac{1}{2} G \frac{a + a_1}{a_0} - P \frac{a}{a_0} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 4,5 - \left(\frac{1}{2} G \times 0,652842 + 0,236662 \right) 3,25 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 2,378264 - 0,769152,$$

zoodat

$$p_{0 \ 20} = p - \frac{1}{2} G = \frac{1}{2} G \times 1,378264 - 0,769152,$$

waaruit te zien is, dat p_0 positief wordt voor grootere waarden van G dan $G = \frac{2 \times 0,769152}{1,378264} = 1,12$ ton.

In de praktijk zal de waarde van G wel altijd grooter dan 1,12 ton zijn, zoodat het stooten tegen den opgeheven railkop slechts voorkomt tijdens het berijden met de personen lowry, waarbij de asdruk nog geen 2,24 ton groot zal zijn en men dan ook gewaar wordt, dat de overgang van elke lasch bijzonder stootend geschiedt.

Voor het geval de laschplaatlengte 70 cM. bedraagt, wordt berekend:

Geval IA voor $D = 6,34$ ton en $e = 0,03$ cM. a_0 wordt in stede van 50 cM. gelijk 35 cM. genomen.

$$L_1 = \frac{2 \times 90^3 - 105 \times 90^2 - 35 \times 30 \times 90 + 65 \times 35^2 - 25^3 \times \frac{55}{35}}{6 \times 2200 \times 1036} =$$

$$= 0,0415403.$$

$$N_1 = \frac{2 \times 90^3 - 65 \times 35 \times 235 - 25^2 \times 245 - 65^2 \times 35 - \frac{65}{35} (25^3 - 10^3)}{6 \times 2200 \times 1036} =$$

$$= 0,0435251.$$

$$Q_1 = \frac{65^2 \times 35}{3 \times 2200 \times 368} = 0,0608840.$$

$$P = \frac{1}{2} G \frac{1 + 6,34 \left(\frac{18}{13} \times 0,0608840 + 0,0415403 \right)}{2 + 6,34 \times 0,1044091} + \frac{\frac{65}{35} \times 6,34 \times 0,03}{2 + 6,34 \times 0,1044091} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,675381 + 0,132695.$$

$$p = \frac{1}{2} G \frac{a + a_1}{a_0} - P \frac{a}{a_0} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times \frac{90}{35} - P \times \frac{65}{35} = \frac{1}{2} G \times \frac{90}{35} - (\frac{1}{2} G \times 0,675381 + 0,132695) \frac{65}{35} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 1,317150 - 0,246434,$$

zoodat, daar $p_0 = p - \frac{1}{2} G$,

$$p_{0\ 35} = \frac{1}{2} G \times 0,317150 - 0,246434,$$

waaruit te zien is, dat p_0 positief wordt voor grootere waarden van G dan $G = \frac{2 \times 0,246434}{0,317150} = 1,55$ ton.

Overweegt men, dat een tweeassige wagen voor spoorwijdte 1,067 M. een eigengewicht van $\pm 5,6$ ton heeft en met 10 ton beladen alzoo 15,6 ton weegt, dan is de raddruk G in onbeladen toestand $\frac{5,6}{4} = 1,4$ ton, waardoor dus in bovenstaande lasch een negatieve reactie p_0 veroorzaakt wordt, terwijl in beladen toestand die raddruk gelijk 3,9 ton is en dus een positieve kracht p_0 te weeg brengt.

Berijdt een trein met dergelijke wagens een enkel-sporige baan steeds onbeladen in de eene richting en beladen in de andere richting, dan zal het spoor de grootste neiging hebben met de treinrichting van de onbeladen wagens mee te kruipen.

Uit den aard der zaak geldt dit slechts voor een spoor, dat aan de voorwaarden voldoet, waarvan bij de berekening is uitgegaan.

Zou bij een lasch zoowel de zwaardere raddruk als de minder zware een negatieve druk p_0 geven, dan bestaat er zeker kans, dat de rails kruipen in de richting van het zwaarste vervoer, aangezien dan bij de voor beide richtingen plaats grijpende botsing de uitwerking van een zwaar rad grooter is dan van een lichter.

Uit de berekening der lasschen van IIIa t/m IIIe blijkt ten duidelijkste, dat door verlenging en verzwaaring van de laschplaten, in het algemeen versterking van de laschconstructie, wel de vormverandering van de lasch vermindert, maar dat aan de andere zijde daar het nadeel tegenover staat, dat per se de vormverandering optreedt, zooals in fig. 8 voorgesteld, met den daarbij gepaard gaanden harderen stoot tijdens den overgang, terwijl het kruipen van het spoor door

het versterken der lasch in de hand wordt gewerkt. Het is dan ook een feit, dat aan het kruipen van het spoor en de middelen ter verandering eerst meer aandacht moest geschonken worden, nadat men algemeen was overgegaan tot het gebruik van langere en zwaardere laschplaten.

Indien men er in slaagde een laschconstructie te ontwerpen, die, wat de belasting van den ballast en de ijzerdeelen betreft, niet bij de nu besprokene achter staat, en het voordeel heeft, dat de kracht p_0 nl. de kracht, waarmee de onbelaste railkop bij het midden van de lasch op de laschplaten drukt, niet negatief kan worden, zou men de voordeelen van de lange en zware laschplaten behouden, zonder het groote nadeel, dat die laschplaten aankleeft te ondervinden.

Dat type van lasch meen ik gevonden te hebben in het hiervoor met laschconstructie II aangegeven type. Het onderscheidt zich van de hiervoor berekende laschconstructie's I, doordat de laschplaten beneden den railvoet zijn uitgebouwd en op de laschdwarsliggers rusten. Het type kan worden aangeduid als

„LASCH met uitkragende steunlaschplaten”

Teneinde deze soort lasch te kunnen vergelijken met de hiervoor beschouwde, zullen hierachter de berekeningen uitgevoerd en de uitkomsten wederom grafisch voorgesteld worden voor de vijf lasschen, die overeenkomen met de besprokene van IIIa t/m IIIe, met dit verschil echter, dat nu verondersteld wordt, dat de krachten P in stede van op de rails op de laschplaten aangrijpen.

LASCH IIIf. Laschconstructie II. $D = 6,34$ ton, $e = 0,03$ cM.

GEVAL IIA.

$$L_2 = \frac{2 (a + a_1) (a + a_1 - a_0)^2}{6 \text{ } \& \text{ } 3} = \frac{2 \times 90 \times 40^2}{6 \times 2200 \times 1036} = 0,02106002.$$

$$Q_2 = \frac{(a + a_1) \left\{ 2 a_0 (a + a_1) - a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right) \right\}}{6 \text{ } \& \text{ } i} = \frac{90 (100 \times 90 - 25^2 \times 2,5)}{6 \times 2200 \times 368} = 0,137800.$$

$$S_2 = \frac{(a + a_1) \left\{ 2 a_0 (a + a_1) - 2 a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right) \right\} + 2 a_1^3}{6 \text{ } \& \text{ } i} = \frac{09 (100 \times 90 - 2 \times 25^2 \times 2,5) + 2 \times 25^3}{6 \times 2200 \times 368} =$$

$$= 0,115283.$$

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left\{ 1 + D (L_2 + Q_2) \right\} + \frac{a + a_1 - a_0}{a_0} D e}{2 + D (L_2 + S_2)} =$$

$$= \frac{1}{2} G \frac{1 + 6,34 \times 0,158860}{2 + 6,34 \times 0,136343} + \frac{0,8 \times 6,34 \times 0,03}{2 + 6,34 \times 0,136343} =$$

$$= \frac{1}{2} G \frac{2,0071724}{2,864415} + \frac{0,15216}{2,864415} = \frac{1}{2} G \times 0,70073 + 0,053121.$$

$$P_1 = \frac{1}{2} G - P = \frac{1}{2} G \times 0,29927 - 0,053121.$$

$$p = (\frac{1}{2} G - P) \frac{a + a_1}{a_0} = P_1 \frac{a + a_1}{a_0} = (\frac{1}{2} G \times 0,29927 - 0,053121) \times 1,8 = \\ = \frac{1}{2} G \times 0,538686 - 0,0956178.$$

$$p_0 = P + p - \frac{1}{2} G = p - P_1 = \frac{1}{2} G (0,538686 - 0,29927) - (0,0956178 - 0,053121) = \\ = \frac{1}{2} G \times 0,23942 - 0,042497.$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} G \left\{ \frac{a_0 (a + a_1)}{3 \mathfrak{E} i} - \frac{a_0 (a + a_1 - a_0)}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{I}} \right\} - P \left\{ \frac{2 a_0 (a + a_1) - a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right)}{6 \mathfrak{E} i} - \frac{a_0 (a + a_1 - a_0)}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{I}} \right\} + \frac{e}{a_0} = \\ = \frac{1}{2} G \left\{ \frac{50 \times 90}{3 \times 2200 \times 368} - \frac{50 \times 40}{6 \times 2200 \times 1036} \right\} - P \left\{ \frac{100 \times 90 - 25^2 \times 2,5}{6 \times 2200 \times 368} - \frac{50 \times 40}{6 \times 2200 \times 1036} \right\} + \frac{0,03}{50} = \\ = \frac{1}{2} G \times 0,00170652 - P \times 0,00138486 + 0,0006 = \\ = \frac{1}{2} G \times 0,00170652 - (\frac{1}{2} G \times 0,70073 + 0,053121) \times 0,00138486 + 0,0006 = \\ = \frac{1}{2} G \times 0,00073611 + 0,00052644.$$

$$y_0 = \frac{P}{D} + \frac{a_1^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ 2 P a_1 + p (3 a_0 - a_1) \right\} + e = P \left(\frac{1}{D} + \frac{2 a_1^3}{6 \mathfrak{E} i} \right) + p \frac{a_1^2 (3 a_0 - a_1)}{6 \mathfrak{E} i} + e = \\ = P \left(\frac{1}{6,34} + \frac{31250}{4857600} \right) + p \frac{625 \times 125}{4857600} + 0,03 = \\ = P \times 0,16416 + p \times 0,0160830 + 0,03 = \\ = (\frac{1}{2} G \times 0,70073 + 0,053121) \times 0,16416 + (\frac{1}{2} G \times 0,538686 - 0,0956178) \times 0,0160830 + 0,03 = \\ = \frac{1}{2} G \times 0,123695 + 0,0371825.$$

Voor het geval IIB behoeft de berekening wederom slechts tot die waarde van z te worden voortgezet tot p_1 gelijk 0 blijkt te worden, aangezien dan de vormveranderingstoestand IIB in dien van IIA overgaat.

LASCH III f. Laschconstructie II. D = 6,34 ton, e = 0,03 cM.

GEVAL IIB.

voor z in het algemeen geldt:	z = 25	z = 27	z = 30	z = 35	z = 40
VI) Q = $\frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$	0,89116808	0,9458689	1,048433	1,310541	1,834758
VII) B = $\frac{a_1^3}{i}$	42,45924	42,45924	42,45924	42,45924	42,45924
VIII) C = $\frac{z^2(a + a_1 - a_0)}{\mathfrak{J}}$	24,13127	28,14672	34,74903	47,29730	61,77606
IX) F = $\frac{z^2(a + a_1)}{i}$	152,8533	178,2280	220,1087	299,5924	391,3044
X) J = $\frac{3a a_1^2 + 2(z - a_1)^3}{i}$	331,1821	331,1385	330,5027	325,7473	312,8397
XI) K = $\frac{2(a + a_1 - z)^3}{\mathfrak{J}}$	530,1641	482,7162	416,9884	321,1873	241,3127
XII) L = $\frac{3az(a + a_1) - (z - a_1)^3 \frac{a + a_1}{z}}{i}$	1192,255	1287,563	1429,688	1662,170	1886,974
XIIIa) O ₁ = $\frac{(a_0 - z)^2(3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{\mathfrak{J}}$	102,5579	84,7625	61,7761	32,57722	13,51351
XIIIb) O ₂ = $\frac{3az(a_0 - z) - (z - a_1)^2(2a_0 - a_1 - 2z + a_0 \frac{a_1}{z})}{i}$	331,1821	328,5484	314,0851	267,1293	195,9069
XIII) O = Q(O ₁ - O ₂)	-203,7425	-230,5895	-264,5292	-307,3902	-334,6477
XIV) P = $\frac{6 \mathfrak{E} e \left\{ \frac{6 \mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right\}}{B \left\{ \frac{6 \mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right\} + (C + F) \left\{ \frac{6 \mathfrak{E}}{D} - J \right\}}$	3,30636	3,02324	2,65925	2,17841	1,80965
XV) P ₁ = $\frac{6 \mathfrak{E} e \left\{ \frac{6 \mathfrak{E}}{D} - J \right\}}{B \left\{ \frac{6 \mathfrak{E}}{D} + K + L - O \right\} + (C + F) \left\{ \frac{6 \mathfrak{E}}{D} - J \right\}}$	1,44427	1,29647	1,1077	0,87494	0,70443
IIIa) p ₂ = P ₁ Q	1,28709	1,22629	1,16135	1,14665	1,29246
IIa) p ₁ = $P_1 \frac{a + a_1 - a_0 Q}{z}$	2,62520	2,05066	1,38752	0,61178	-0,030605
I) p ₀ = p ₁ + p ₂ - P ₁	2,46802	1,98048	1,38752	0,88349	0,55742
XVI) φ ₀ = $\frac{1}{2 \mathfrak{E} i} \left\{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z(2a_0 - z) \right\} - \frac{1}{2 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} p_0 z^2$	0,003442	0,003266	0,003030	0,002677	0,002388
XVII) y ₀ = $\frac{P}{D} + e + \frac{a_1^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ a_1(2P - p_1 - p_2) + 3p_1 z + 3p_2 a_0 \right\}$	0,6104	0,5608	0,4968	0,4124	0,3474
G = 2(P + P ₁)	9,501	8,639	7,534	6,107	5,028

GEVAL IIC.

voor z in het algemeen geldt:	z = 25	z = 22	z = 20	z = 19	z = 18
VI) $Q = \frac{3a + 3a_1 - a_0 - 2z}{2(a_0 - z)} \frac{i}{i + \mathfrak{J}}$	0,8911681	0,8237688	0,7863248	0,7694146	0,7535612
VII) $R = \frac{(a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{2(a_0 - z)^3} \frac{\mathfrak{J}}{i + \mathfrak{J}}$	0	0,01225226	0,02903741	0,03878817	0,04910194
VIII) $B = \frac{3a_1 - 2z - \left(\frac{a_1 - z}{a_0 - z}\right)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{i}$	0,06793478	0,08171237	0,08869263	0,09168721	0,09440546
IX) $C = \frac{a + a_1 - a_0}{\mathfrak{J}}$	0,03861003	0,03861003	0,03861003	0,03861003	0,03861003
X) $F = \frac{a + a_1}{i}$	0,2445652	0,2445652	0,2445652	0,2445652	0,2445652
XI) $H = \frac{3az(2a_1 - z) - 2(a_1 - z)^3}{i}$	331,1821	326,2663	317,2554	310,9321	303,3532
XIIa) $J_1 = \frac{(a_0 - z)^2 (3a + 3a_1 - a_0 - 2z)}{\mathfrak{J}}$	102,5579	133,1892	156,3707	168,8243	181,8687
XIIb) $J_2 = \frac{3az(a_0 - z) - (a_1 - z)^2 (3a_0 - a_1 - 2z)}{i}$	331,1821	324,4321	312,1603	303,5951	293,3668
XII) $J = R(J_1 - J_2)$	0	-2,343157	-4,523726	-5,227513	-5,474773
XIII) $K = \frac{2(a + a_1 - z)^3}{\mathfrak{J}}$	530,1641	607,0116	662,1622	690,9479	720,5560
XIV) $L = \frac{3az(a + a_1)}{i}$	1192,256	1049,185	953,8044	906,1142	858,4240
XV) $O = Q(J_1 - J_2)$	-203,7426	-157,5399	-122,5028	-103,6946	-84,02064
XVI) $P = \frac{\frac{6\mathfrak{S}}{z^2} e \left(\frac{6\mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right)}{(C + F) \left(\frac{6\mathfrak{S}}{D} - H - J \right) + B \left(\frac{6\mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right)}$	3,30355	3,90531	4,25039	4,88271	5,33300
XVII) $P_1 = \frac{\frac{6\mathfrak{S}}{z^2} e \left(\frac{6\mathfrak{S}}{D} - H - J \right)}{(C + F) \left(\frac{6\mathfrak{S}}{D} - H - J \right) + B \left(\frac{6\mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right)}$	1,44304	1,76241	1,96838	2,29282	2,53921
IIIa) $p_2 = P_1 Q - P R$	1,28520	1,40397	1,42437	1,57474	1,67108
IIa) $p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - Q a_0}{z} + P R \frac{a_0}{z}$	2,62134	4,01102	5,29679	6,71667	8,20281
I) $p_0 = p_1 + p_2 - P_1$	2,46439	3,65258	4,75278	5,99859	7,30494
XVIII) $\varphi_0 = \frac{z}{2\mathfrak{S}i} \left\{ P(2a_1 - z) + p_1 z + p_2 (2a_0 - z) \right\} - p_0 \frac{z^2}{2\mathfrak{S}i}$	0,003442	0,003785	0,003874	0,004295	0,004564
XIX) $U = p_1 z^2 (3a_1 - z) + \left\{ 2P a_1 + p_2 (3a_0 - a_1) \right\} a_1^2$	285922	334191	360636	411393	450555
XX) $y_0 = \frac{P}{D} + e + \frac{U}{6\mathfrak{S}i}$	0,612	0,715	0,775	0,885	0,973
$G = 2(P + P_1)$	9,515	11,335	12,438	14,351	15,923

In de grafiek III_f zijn de waarden der berekende groottheden voor de gevallen IIB en IIC door lijnen voorgesteld met z als abscis.

In grafiek III_f zijn de groottheden, die voor beoordeeling der constructie van belang zijn, aangegeven met G als abscis en wel voor de waarden van $G = 0$ tot $G = 16$ ton. Voor het gedeelte $G = 16$ ton tot $G = 17$ ton is gestippeld aangegeven, waar de lijnen loopen, indien die, welke voor het geval IIA gelden, worden doorgetrokken en dus met het derde aanrakingspunt tusschen rail en laschplaten, alwaar de kracht p_1 werkt, geen rekening wordt gehouden.

Een bespreking der grafiek wordt tot later uitgesteld.

LASCH III_g. Laschconstructie II. $D = 10$ ton, $e = 0.03$ cM.

Geval IIA.

Overgenomen wordt:

$$L_2 = 0,02106002; Q_2 = 0,137800; S_2 = 0,115283.$$

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left\{ 1 + D (L_2 + Q_2) \right\} + \frac{a + a_1 - a_0}{a_0} D e}{2 + D (L_2 + S_2)} =$$

$$= \frac{1}{2} G \frac{1 + 10 \times 0,15886}{2 + 10 \times 0,136343} + \frac{0,8 \times 10 \times 0,03}{2 + 10 \times 0,136343} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,76963 + 0,071356.$$

$$P_1 = \frac{1}{2} G - P = \frac{1}{2} G \times 0,23037 - 0,071356.$$

$$p = \left(\frac{1}{2} G - P \right) \frac{a + a_1}{a_0} = P_1 \frac{a + a_1}{a_0} = \left(\frac{1}{2} G \times 0,23037 - 0,071356 \right) \times 1,8 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,414666 - 0,128441.$$

$$p_0 = P + p - \frac{1}{2} G = p - P_1 = \frac{1}{2} G (0,414666 - 0,23037) - (0,128441 - 0,071356) =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,184296 - 0,0570848.$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} G \left\{ \frac{a_0 (a + a_1)}{3 \mathfrak{E} i} - \frac{a_0 (a + a_1 - a_0)}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \right\} - P \left\{ \frac{2 a_0 (a + a_1) - a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right)}{6 \mathfrak{E} i} - \frac{a_0 (a + a_1 - a_0)}{6 \mathfrak{E} \mathfrak{J}} \right\} + \frac{e}{a_0} =$$

$$= \frac{1}{2} G \left\{ \frac{50 \times 90}{3 \times 2200 \times 368} - \frac{50 \times 40}{6 \times 2200 \times 1036} \right\} - P \left\{ \frac{100 \times 90 - 25^2 \times 2,5}{6 \times 2200 \times 368} - \frac{50 \times 40}{6 \times 2200 \times 1036} \right\} + \frac{0,03}{50} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00170652 - P \times 0,00138486 + 0,0006 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00170652 - \left(\frac{1}{2} G \times 0,76963 + 0,071356 \right) \times 0,00138486 + 0,0006 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00064069 + 0,00050118.$$

$$y_0 = \frac{P}{D} + \frac{a_1^2}{6 \mathfrak{E} i} \left\{ 2 P a_1 + p (3 a_0 - a_1) \right\} + e =$$

$$= P \left(\frac{1}{D} + \frac{2 a_1^3}{6 \mathfrak{E} i} \right) + p \frac{a_1^2 (3 a_0 - a_1)}{6 \mathfrak{E} i} + e =$$

$$= P \left(\frac{1}{10} + \frac{31250}{6 \times 2200 \times 368} \right) + p \frac{625 \times 125}{6 \times 2200 \times 368} + 0,03 =$$

$$= P \times 0,106433 + p \times 0,0160830 + 0,03 =$$

$$= \left(\frac{1}{2} G \times 0,76963 + 0,071356 \right) \times 0,106433 + \left(\frac{1}{2} G \times 0,414666 - 128441 \right) \times 0,016083 + 0,03 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,0885831 + 0,0355289.$$

Voor de berekening van het geval IIB wordt gebruik gemaakt van de onder Lasch III_f berekende getallen, die voor zoover er de grootheid D niet in voorkomt, dezelfde waarden behouden.

LASCH IIIg. Laschconstructie II. D = 10 ton, e = 0,03 cM.

Geval IIB.

voor z in het algemeen geldt:	z = 25	z = 27	z = 30	z = 35	z = 40
XIV) $P = \frac{6 \frac{s}{e} \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} + K + L - O \right)}{B \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} + K + L - O \right) + (C + F) \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} - J \right)}$	4,10913	3,81027	3,41510	2,87001	2,42816
XV) $P_1 = \frac{6 \frac{s}{e} \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} - J \right)}{B \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} + K + L - O \right) + (C + F) \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} - J \right)}$	1,25169	1,13459	0,98485	0,79028	0,646468
IIIa) $p_2 = P_1 Q$	1,11547	1,07317	1,03255	1,03569	1,18611
IIa) $p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - a_0 Q}{z}$	2,27515	1,79461	1,23364	0,55259	-0,028087
I) $p_0 = p_1 + p_2 - P_1$	2,13893	1,73319	1,28134	0,79800	0,51156
XVI) $\varphi_0 = \frac{1}{2 \frac{s}{e} i} \left\{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2 a_0 - z) \right\} - \frac{1}{2 \frac{s}{e} j} p_0 z^2$	0,0034627	0,0033079	0,0030901	0,0027666	0,0024880
XVII) $y_0 = \frac{P}{D} + e + \frac{a_1^2}{6 \frac{s}{e} i} \left\{ a_1 (2 P - p_1 - p_2) + 3 p_1 z + 3 p_2 a_0 \right\}$ $G = 2 (P + P_1)$	0,499926 10,722	0,465300 9,890	0,420530 8,800	0,357810 7,321	0,307170 6,149

LASCH IIIg. Laschconstructie II. D = 10 ton, e = 0,03 cM.

Geval IIC.

voor z in het algemeen geldt:	z = 25	z = 22	z = 20	z = 19	z = 18
XVI) $P = \frac{6 \frac{s}{e} \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} + K + L - O \right)}{(C+F) \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} - H - J \right) + B \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} + K + L - O \right)}$	4,12090	4,76459	5,44097	5,87374	6,47428
XVII) $P_1 = \frac{6 \frac{s}{e} \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} - H - J \right)}{(C+F) \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} - H - J \right) + B \left(\frac{6 \frac{s}{e}}{D} + K + L - O \right)}$	1,24886	1,51445	1,79192	1,97225	2,21840
IIIa) $p_2 = P_1 Q - P R$	1,112944	1,189187	1,251318	1,289646	1,353800
IIa) $p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - Q a_0}{z} + P R \frac{a_0}{z}$	2,27001	3,49279	4,93605	5,94843	7,33145
I) $p_0 = p_1 + p_2 - P_1$	2,13409	3,16753	4,37545	5,26582	6,46685
XVIII) $\varphi_0 = \frac{z}{2 \frac{s}{e} i} \left\{ P (2 a_1 - z) + p_1 z + p_2 (2 a_0 - z) \right\} - p_0 \frac{z^2}{2 \frac{s}{e} j}$	0,003463	0,003780	0,004086	0,004272	0,004545
XIX) $U = p_1 z^2 (3 a_1 - z) + \left\{ 2 P a_1 + p_2 (3 a_0 - a_1) \right\} a_1^2$	286665	331396	376383	404561	443484
XX) $y_0 = \frac{P}{D} + e + \frac{U}{6 \frac{s}{e} i}$ $G = 2 (P + P_1)$	0,501 10,740	0,575 12,558	0,652 14,466	0,701 15,692	0,769 17,385

De voor lasch IIIg berekende grootheden zijn in grafiek IIIg grafisch voorgesteld met de waarden van G als abscis.

LASCH IIIh. Laschconstructie II. $D = 6,34$ ton, $e = 0,05$ cM.

met e veranderen. In verband daarmee wordt met behulp van de onder lasch IIIf berekende grootheden voor dit geval neergeschreven:

GEVAL IIA.

Zoals uit de formules blijkt, zal bij wijziging van de grootte van e in de voor dit geval te berekenen grootheden P , P_1 , p , p_0 , φ_0 en y_0 de coëfficiënt van G dezelfde blijven, maar de bekende term evenredig

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} G \times 0,70073 + 0,088535. \\ P_1 &= \frac{1}{2} G \times 0,29927 - 0,088535. \\ p &= \frac{1}{2} G \times 0,538686 - 0,159363. \\ p_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,23942 - 0,070828. \\ \varphi_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,00073611 + 0,0008774. \\ y_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,123695 + 0,061971. \end{aligned}$$

Voor de gevallen IIB en IIC blijkt, dat de te berekenen grootheden voor één bepaalde waarde van z evenredig zijn met de grootte van e . De te berekenen waarden kunnen alzoo verkregen worden door die voor de lasch IIIf met $\frac{5}{3}$ te vermenigvuldigen.

LASCH IIIh. Laschconstructie II. $D = 6,34$ ton, $e = 0,05$ cM.

GEVAL IIB

	$z = 25$	$z = 27$	$z = 30$	$z = 35$	$z = 40$
$P =$	5,51060	5,03873	4,43208	3,63068	3,01608
$P_1 =$	2,40712	2,16080	1,84450	1,45823	1,17405
$p_2 =$	2,14515	2,04382	1,93558	1,91183	2,15410
$p_1 =$	4,37533	3,41778	2,31253	1,01963	-0,051009
$p_0 =$	4,11337	3,30080	2,31253	1,47248	0,92903
$\varphi_0 =$	0,005738	0,005443	0,005050	0,004462	0,003981
$y_0 =$	1,020	0,9347	0,8280	0,6873	0,5790
$G =$	15,835	14,398	12,558	10,178	8,380

LASCH IIIh. Laschconstructie II. $D = 6,34$ ton, $e = 0,05$ cM.

GEVAL IIC.

	$z = 25$	$z = 22$	$z = 20$	$z = 19$	$z = 18$
$P =$	5,50592	6,50885	7,08398	8,13785	8,88633
$P_1 =$	2,40567	2,93735	3,28063	3,82137	4,23202
$p_2 =$	2,14200	2,33995	2,37344	2,62456	2,78523
$p_1 =$	4,36890	6,68503	8,82798	11,19445	13,67135
$p_0 =$	4,10732	6,08763	7,92130	9,9976	12,1749
$\varphi_0 =$	0,005737	0,006308	0,006457	0,007158	0,007606
$y_0 =$	1,020	1,192	1,292	1,475	1,622
$G =$	15,858	18,892	20,730	23,917	26,538

De berekende grootheden zijn in grafiek IIIh grafisch voorgesteld met G als abscis.

LASCH IIIj. Laschconstructie II. $D = 10$ ton, $e = 0,05$ cM.

GEVAL IIA.

De te vinden grootheden zijn af te leiden uit die berekend voor hetzelfde geval onder lasch IIIg door den coëfficiënt van G onveranderd te behouden en den onbenoemden term met $\frac{5}{3}$ te vermenigvuldigen.

Alzoo

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} G \times 0,76963 + 0,11893. & P_1 &= \frac{1}{2} G \times 0,23037 - 0,11893. \\ p &= \frac{1}{2} G \times 0,414666 - 0,21407. & p_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,184296 - 0,09514. \\ \varphi_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,00064069 + 0,0008353. & y_0 &= \frac{1}{2} G \times 0,088583 + 0,059215. \end{aligned}$$

Voor de gevallen IIB en IIC wordt gebruik gemaakt van de eigenschap, dat de berekende grootheden evenredig zijn met de grootte van e , zoodat de waarden voor lasch IIIg bepaald slechts met $\frac{5}{3}$ behoeven te worden vermenigvuldigd.

LASCH IIIj. Laschconstructie II. $D = 10$ ton, $e = 0,05$ cM.

Geval IIB.

	$z = 25$	$z = 27$	$z = 30$	$z = 35$	$z = 40$
$P =$	6,84855	6,35045	5,69183	4,78340	4,04693
$P_1 =$	2,08615	1,89098	1,64142	1,31711	1,07745
$p_2 =$	1,85912	1,78862	1,72092	1,72615	1,97685
$p_1 =$	3,79192	2,99103	2,05606	0,92098	-0,046812
$p_0 =$	3,56489	2,88865	2,13556	1,32999	0,85259
$\varphi_0 =$	0,0057712	0,0055132	0,0051502	0,004611	0,004147
$y_0 =$	0,8332	0,7755	0,7009	0,5964	0,5120
$G =$	17,870	16,483	14,667	12,202	10,248

LASCH IIIj. Laschconstructie II. $D = 10$ ton, $e = 0,05$ cM.

Geval IIC

	$z = 25$	$z = 22$	$z = 20$	$z = 19$	$z = 18$
$P =$	6,86817	7,94098	9,06828	9,78957	10,79047
$P_1 =$	2,08143	2,52408	2,98653	3,28708	3,69733
$p_2 =$	1,85491	1,98195	2,08553	2,14941	2,25633
$p_1 =$	3,78335	5,82133	8,22675	9,91405	12,21908
$p_0 =$	3,55682	5,27922	7,29242	8,77637	10,77808
$\varphi_0 =$	0,005772	0,006300	0,006810	0,007120	0,007575
$y_0 =$	0,8350	0,958	1,087	1,168	1,282
$G =$	17,900	20,930	24,110	26,153	28,973

De berekende waarden voor Lasch IIIj zijn in grafiek IIIj grafisch voorgesteld me de waarden van G als abscis.

In overeenstemming met de lasch IIIe, zal hier ook voor de laschconstructie II worden nagegaan, welken invloed het heeft, indien men in de lasch IIIj de laschplaten vervangt door andere, waarvan het traagheidsmoment 1,5 maal zoo groot is.

Voor die lasch wordt berekend:

LASCH IIIk. Laschconstructie II. $D = 10$ ton, $e = 0,05$ cM., $i_1 = 1,5$ i.

Geval IIA.

Van lasch IIIg wordt overgenomen $L_2 = 0,0210600$,

terwijl $Q_2 = \frac{2}{3} \times 0,137800 = 0,091866$

en $S_2 = \frac{2}{3} \times 0,115283 = 0,076856$,

zoodat

$$P = \frac{\frac{1}{2} G \left\{ 1 + D (L_2 + Q_2) \right\} + \frac{a + a_1 - a_0}{a_0} De}{2 + D (L_2 + S_2)} =$$

$$= \frac{1}{2} G \frac{1 + 10 \times 0,112926}{2 + 10 \times 0,097916} + \frac{0,8 \times 10 \times 0,05}{2 + 10 \times 0,097916} = \frac{1}{2} G \times 0,71472 + 0,13427$$

$$P_1 = \frac{1}{2} G - P = \frac{1}{2} G \times 0,28529 - 0,13427.$$

$$p = (\frac{1}{2} G - P) \frac{a + a_1}{a_0} = P_1 \frac{a + a_1}{a_0} = (\frac{1}{2} G \times 0,28529 - 0,13427) \times 1,8 = \frac{1}{2} G \times 0,513522 - 0,241686.$$

$$p_0 = P + p - \frac{1}{2} G = p - P_1 = (\frac{1}{2} G \times 0,513522 - 0,241686) - (\frac{1}{2} G \times 0,28529 - 0,13427) =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,228232 - 0,107416.$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} G \left\{ \frac{a_0(a + a_1)}{3 \cdot i_1} - \frac{a_0(a + a_1 - a_0)}{6 \cdot i_1} \right\} - P \left\{ \frac{2 a_0(a + a_1) - a_1^2 \left(3 - \frac{a_1}{a_0} \right)}{6 \cdot i_1} - \frac{a_0(a + a_1 - a_0)}{6 \cdot i_1} \right\} + \frac{e}{a_0} =$$

$$= \frac{1}{2} G \left\{ \frac{50 \times 90}{3 \times 2200 \times 552} - \frac{50 \times 40}{6 \times 2200 \times 1036} \right\} - P \left\{ \frac{100 \times 90 - 25^2 \times 2,5}{6 \times 2200 \times 552} - \frac{50 \times 40}{6 \times 2200 \times 1036} \right\} + \frac{0,05}{50} =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00108893 - P \times 0,00087449 + 0,001 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,00108893 - (\frac{1}{2} G \times 0,71472 + 0,13427) \times 0,00087449 + 0,001 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,000463915 + 0,000882582.$$

$$y_0 = \frac{P}{D} + \frac{a_1^2}{6 \cdot i_1} \left\{ 2 P a_1 + p (3 a_0 - a_1) \right\} + e = P \left(\frac{1}{D} + \frac{2 a_1^3}{6 \cdot i_1} \right) + p \frac{a_1^2 (3 a_0 - a_1)}{6 \cdot i_1} + e =$$

$$= P \left(\frac{1}{10} + \frac{31250}{7286400} \right) + p \frac{625 \times 125}{7286400} + 0,05 = P \times 0,1042888 + p \times 0,010722 + 0,05 =$$

$$= (\frac{1}{2} G \times 0,71472 + 0,13427) \times 0,1042888 + (\frac{1}{2} G \times 0,513522 - 0,241686) \times 0,010722 + 0,05 =$$

$$= \frac{1}{2} G \times 0,0800379 + 0,0614115.$$

Geval IIB.

voor z in het algemeen geldt:	z = 25	z = 27	z = 30	z = 35	z = 40
VI) $Q = \frac{3 a + 3 a_1 - a_0 - 2 z}{2 (a_0 - z)} \frac{i_1}{i_1 + \mathfrak{J}}$	1,1818640	1,2544084	1,3904282	1,7380353	2,4332494
VII) $B = \frac{a_1^3}{i_1}$	28,30616	28,30616	28,30616	28,30616	28,30616
VIII) $C = \frac{z^2 (a + a_1 - a_0)}{\mathfrak{J}}$	24,13127	28,14672	34,74904	47,29730	61,77606
IX) $F = \frac{z^2 (a + a_1)}{i_1}$	101,90217	118,85870	146,73913	199,72826	260,8696
X) $J = \frac{3 a a_1^2 + 2 (z - a_1)^3}{i_1}$	220,7880	220,7591	220,3352	217,1649	208,5598
XI) $K = \frac{2 (a + a_1 - z)^3}{\mathfrak{J}}$	530,1641	482,7162	416,9884	321,1873	241,3127
XII) $L = \frac{3 a z (a + a_1) - (z - a_1)^3 \frac{a + a_1}{z}}{i_1}$	794,8370	858,3756	953,1250	1108,1134	1257,9823
XIIIa) $O_1 = \frac{(a_0 - z)^2 (3 a + 3 a_1 - a_0 - 2 z)}{\mathfrak{J}}$	102,55792	84,76255	61,77606	32,57722	13,513514
XIIIb) $O_2 = \frac{3 a z (a_0 - z) - (z - a_1)^2 (2 a_0 - a_1 - 2 z + a_0 \frac{a_1}{z})}{i_1}$	220,7880	219,0323	209,3901	178,08618	130,60462
XIII) $O = Q (O_1 - O_2)$	-139,73190	-168,42899	-205,2466	-252,8997	-284,9118
XIV) $P = \frac{6 \mathfrak{S} e \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right)}{B \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right) + (C + F) \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - J \right)}$	8,45557	7,72686	6,81182	5,54393	4,58884
XV) $P_1 = \frac{6 \mathfrak{S} e \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - J \right)}{B \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} + K + L - O \right) + (C + F) \left(\frac{6 \mathfrak{S}}{D} - J \right)}$	3,33765	3,00181	2,58714	2,03652	1,64300
IIIa) $p_2 = P_1 Q$	3,94465	3,76550	3,59723	3,53954	3,99783
IIa) $p_1 = P_1 \frac{a + a_1 - a_0 Q}{z}$	4,12624	3,03289	1,76603	0,180275	-1,30053
I) $p_0 = p_1 + p_2 - P_1$	4,73324	3,79658	2,77612	1,68330	1,05430
XVI) $\varphi_0 = \frac{1}{2 \mathfrak{S} i_1} \left\{ P a_1^2 + p_1 z^2 + p_2 z (2 a_0 - z) \right\} - \frac{1}{2 \mathfrak{S} \mathfrak{J}} p_0 z^2$	0,0056339	0,0053924	0,0049694	0,0043806	0,0039045
XVII) $y_0 = \frac{P}{D} + e + \frac{a_1^2}{6 \mathfrak{S} i_1} \left\{ a_1 (2 P - p_1 - p_2) + 3 p_1 z + 3 p_2 a_0 \right\}$ $G = 2 (P + P_1)$	0,9918 23,586	0,9108 21,457	0,8088 18,798	0,6674 15,161	0,5608 12,464

In verband met de groote waarde, die voor G gevonden wordt, voor $z = 25$ cM, is het niet noodig het geval II C te berekenen, aangezien dat geval zich in de praktijk niet zal voordoen.

De berekende waarden voor lasch IIIk zijn in grafiek IIIk grafisch voorgesteld met de waarden van G als abscis.

Behoeft men bij toepassing van laschconstructie II alzoo niet bezorgd te zijn, dat de kracht p_0 een negatieve waarde verkrijgt, zoo dienen, ten einde de lasschen IIIa t/m IIIe met die genoemd IIIf t/m IIIk te kunnen vergelijken, thans voor de laatst vermelde lasschen de bij de asdruk van 9 ton behorende waarden te worden vergeleken met die der eerstgenoemde lasschen.

LASCHCONSTRUCTIE II.

	Lasch IIIf	Lasch IIIg	Lasch IIIh	Lasch IIIj	Lasch IIIk		
voor $G = 9$ ton	D =	6,34	10	6,34	10	10	ton
	e =	0,03	0,03	0,05	0,05	0,05	cM
	i =	368	368	368	368	552	cM ⁴
	P =	3,15	3,49	3,23	3,56	3,33	ton
	P ₁ =	1,35	1,01	1,27	0,94	1,17	ton
	y ₀ =	0,582	0,430	0,618	0,455	0,396	cM
	φ ₀ =	0,00335	0,00314	0,00415	0,00372	0,00296	
	p ₁ =	2,25	1,31	0,37	—	—	ton
	p ₂ =	1,26	1,05	2,01	p = 1,65	2,06	ton
	z =	26,25	29,4	38,0	—	—	cM
	* Mom. =	200,2	188,2	195,1	173,6	188,6	ton cM
	max. laschplaten						
	p ₀ =	2,14	1,36	1,10	0,73	0,74	ton

Worden de berekende grootheden vergeleken met die voor dezelfde radbelasting opgemaakte waarden voor de lasschen IIIa t/m IIIe volgens laschconstructie I, dan blijkt, dat voor de ondersteunde laschplaten het volgende valt op te merken:

1^e de drukverdeeling over de dwarsliggers heeft meer gelijkmatig plaats juist voor die lasschen (III d en III e), waarbij het verschil tusschen de drukkingen op de dwarsliggers, nl. tusschen de krachten P en P_1 het grootst is, terwijl een verzwaring van de laschplaten bij laschconstructie II een betrekkelijk gunstiger invloed heeft op de drukverdeeling dan bij laschconstructie I het geval is;

2^e de doorbuiging y_0 wordt verminderd, bijzonder in die lasschen, die in verband met de aanwezigheid van een groote speelruimte e een betrekkelijk groote doorbuiging ondergaan.

Door het verzwaren van de laschplaten wordt de doorbuiging voor lasch IIIj, 0,455 cM. bedragend, met 0,059 of $\pm 13\%$ verminderd; voor lasch III d wordt

de doorbuiging van 0,465 cM. verminderd met 0,039 cM., dus met $8,4\%$;

3^e de buigingshoek φ_0 wordt geringer. Het blijkt, dat de gunstige invloed door vergroting van den dwarsliggerweerstand D bij die lasschen, alwaar een betrekkelijk groote speling e aanwezig is, voor laschconstructie II grooter is dan voor laschconstructie I; zoo wordt bij lasch III c door vergroting van den dwarsliggerweerstand de buigingshoek van 0,00427 verminderd met 0,00027, of $6,3\%$ kleiner, terwijl bij lasch III h door dezelfde verbetering de doorbuigingshoek van 0,00415 met $10,4\%$ vermindert.

Ook geeft verzwaring van de laschplaten bij laschconstructie II een veel beduidender hoekvermindering dan bij laschconstructie I het geval is.

Voor lasch III d is in vergelijking met lasch III e een vermindering van $14,5\%$ te berekenen, terwijl voor lasch III j in vergelijking met lasch III k die vermindering $20,4\%$ bedraagt.

4^e de druk p_1 wordt kleiner en de druk p_2 grooter.

5^e de waarde van G , waarvoor de kracht p_1 aanvangt op te treden, wordt grooter.

6^e de optredende momenten in de laschplaten worden grooter. Beduidend kan dit verschil echter niet

*) Het max. moment in de laschplaten is voor beide soorten laschconstructie te bepalen volgens de formule

$$\text{Mom. max.} = P a_1 + P_1 (a + a_1) = P \times 25 + P_1 \times 90.$$

genoemd worden, aangezien het grootste verschil optreedt bij de lasschen IIIe en IIIk en te berekenen is op 4%.

Met een verbetering van de lasch in dien zin, dat de constructie stijver wordt en een betere drukverdeling over de dwarsliggers te weeg brengt, is onafscheidelijk verbonden het optreden van een hooger maximaal moment in de laschplaten, zooals uit de formule ter berekening van dat moment blijkt, nl.

$\text{Mom. max.} = P \times a_1 + P_1 \times (a + a_1)$, in welke formule de som van P en P_1 steeds gelijk is aan den halven raddruk.

Wordt bij stijvere lasschen P met een bedrag verminderd en P_1 daarmee vermeerderd, dan wordt het moment onvermijdelijk grooter.

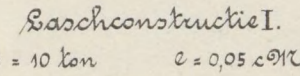
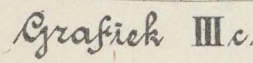
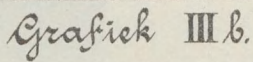
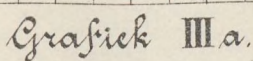
7^e de kracht p_0 krijgt voor geen enkele grootte van G een negatieve waarde. Het stooten tegen den opgeheven kop van de rail, voordat die door het rad wordt belast, zal niet meer plaats grijpen.

Het zij hier ter loops opgemerkt, dat de negatieve waarden, die voor p voor laschconstructie II voor zeer geringe waarden van G berekend zijn, zooals in grafiek

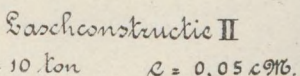
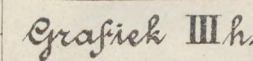
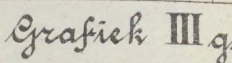
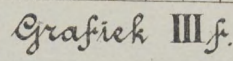
IIIk voor waarden van G beneden 1 ton, voor de practijk geen beteekenis hebben, omdat daarmee gepaard zou moeten gaan het uitoefenen van een negatieve reactie P_1 door den dwarsligger, waartoe die niet in staat is. Welke toestand dan voor die kleine lasten in de lasch zal moeten ontstaan, is voor de practijk van geen belang, aangezien alleen bij uitzondering zulke geringe belastingen voorkomen (nl. bij het gebruik van lowry's) en bovendien de invloed van die lasten ten aanzien van het ontredde van het spoor slechts uiterst gering kan zijn.

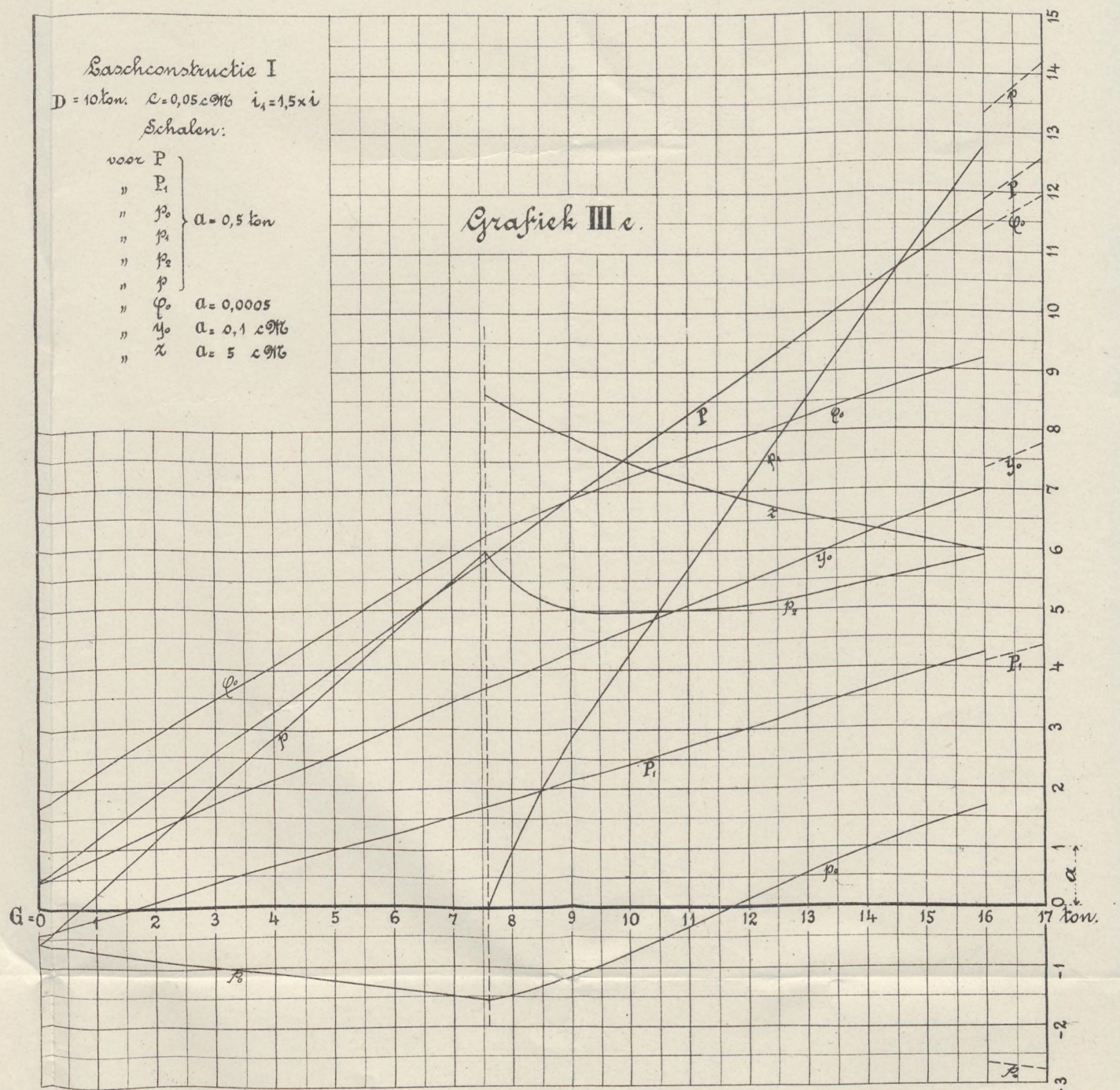
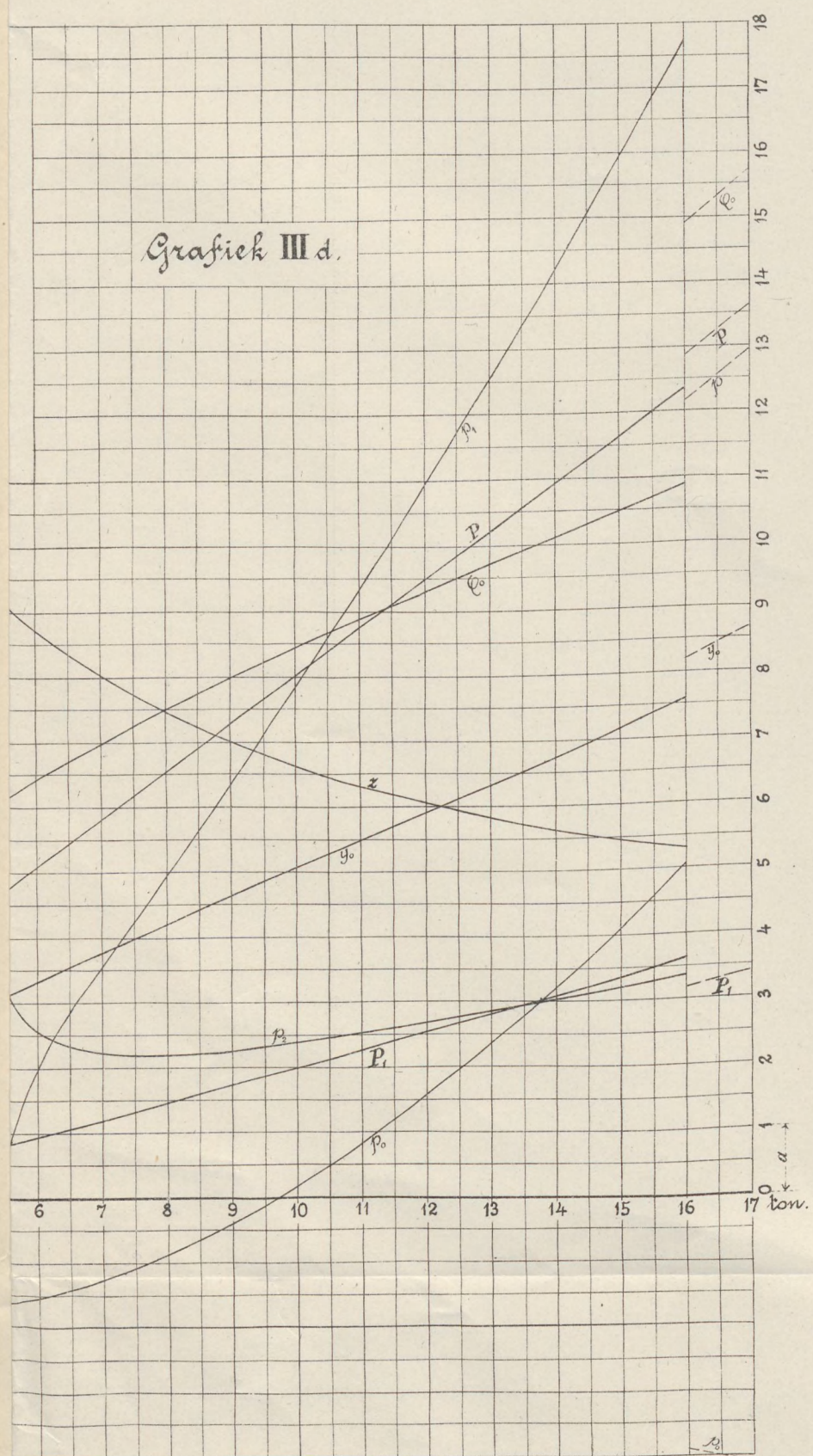
Gekomen aan het slot dezer theoretische beschouwingen kan niet anders worden geconcludeerd, dan dat een laschconstructie door wijziging van het type, laschconstructie I genoemd, in dat, met laschconstructie II aangeduid, in alle opzichten aan deugdelijkheid wint, zoodat het aangewezen is, niet de rails, doch de laschplaten op de laschdwarsliggers te doen steunen, en dus toe te passen:

„de LASCH met uitkragende steunlaschplaten”.

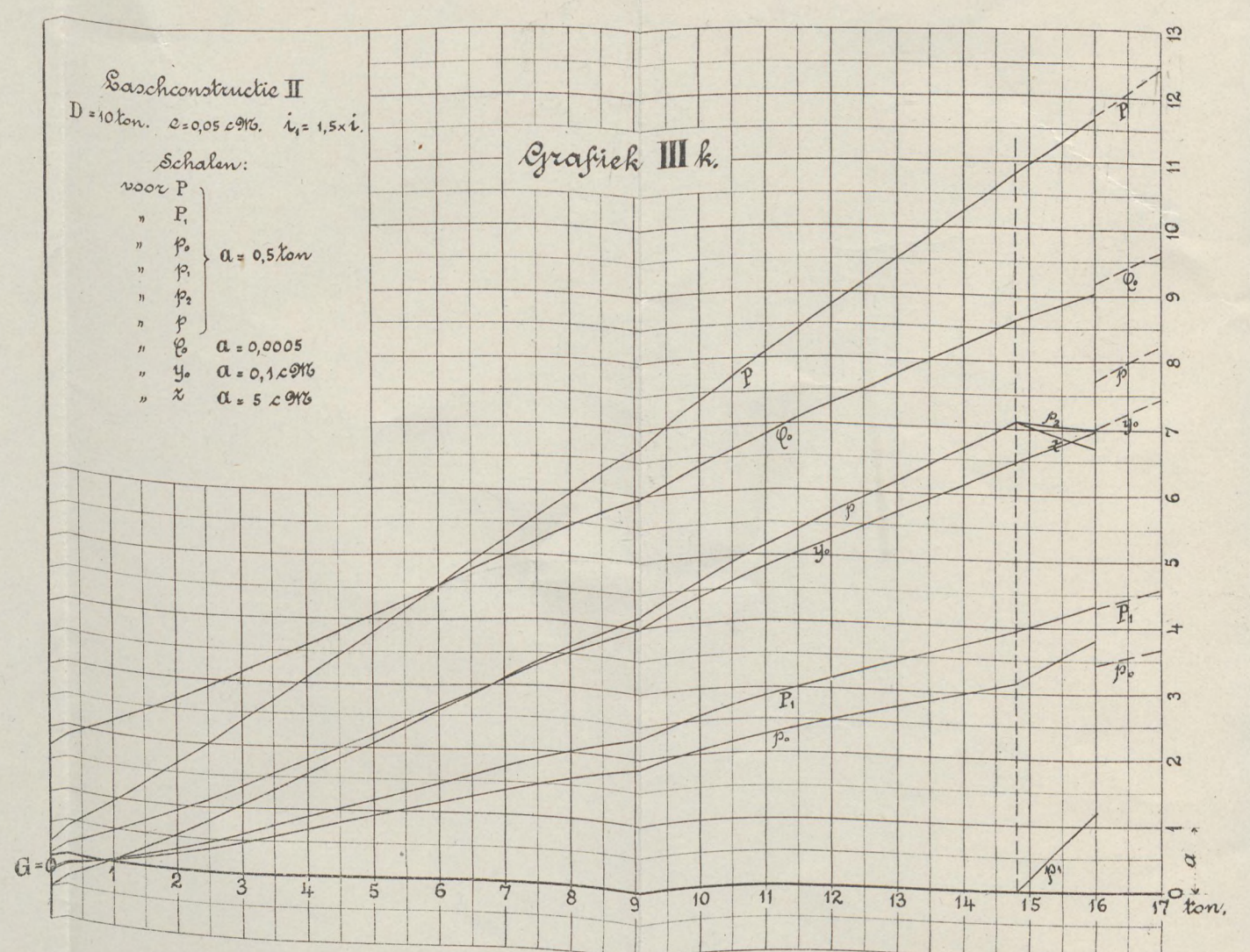
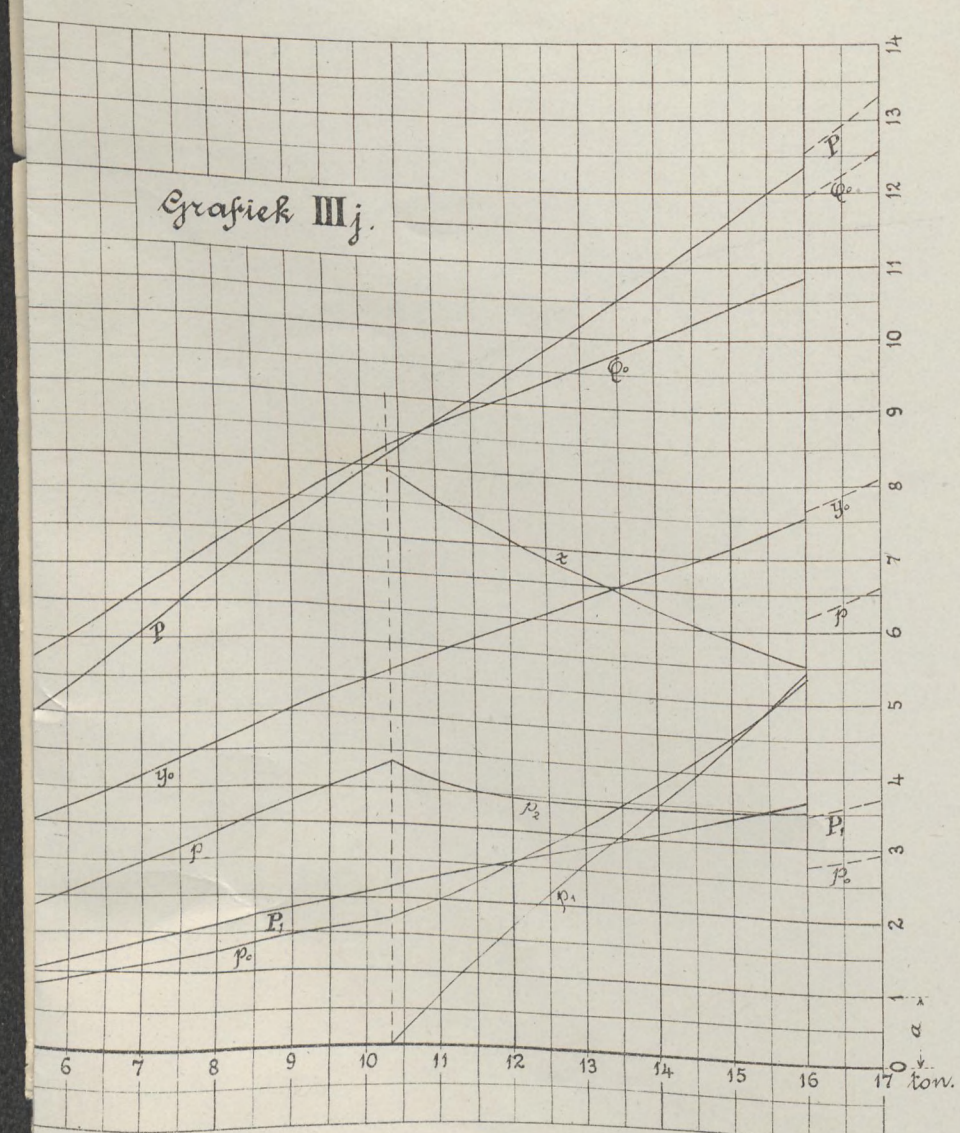


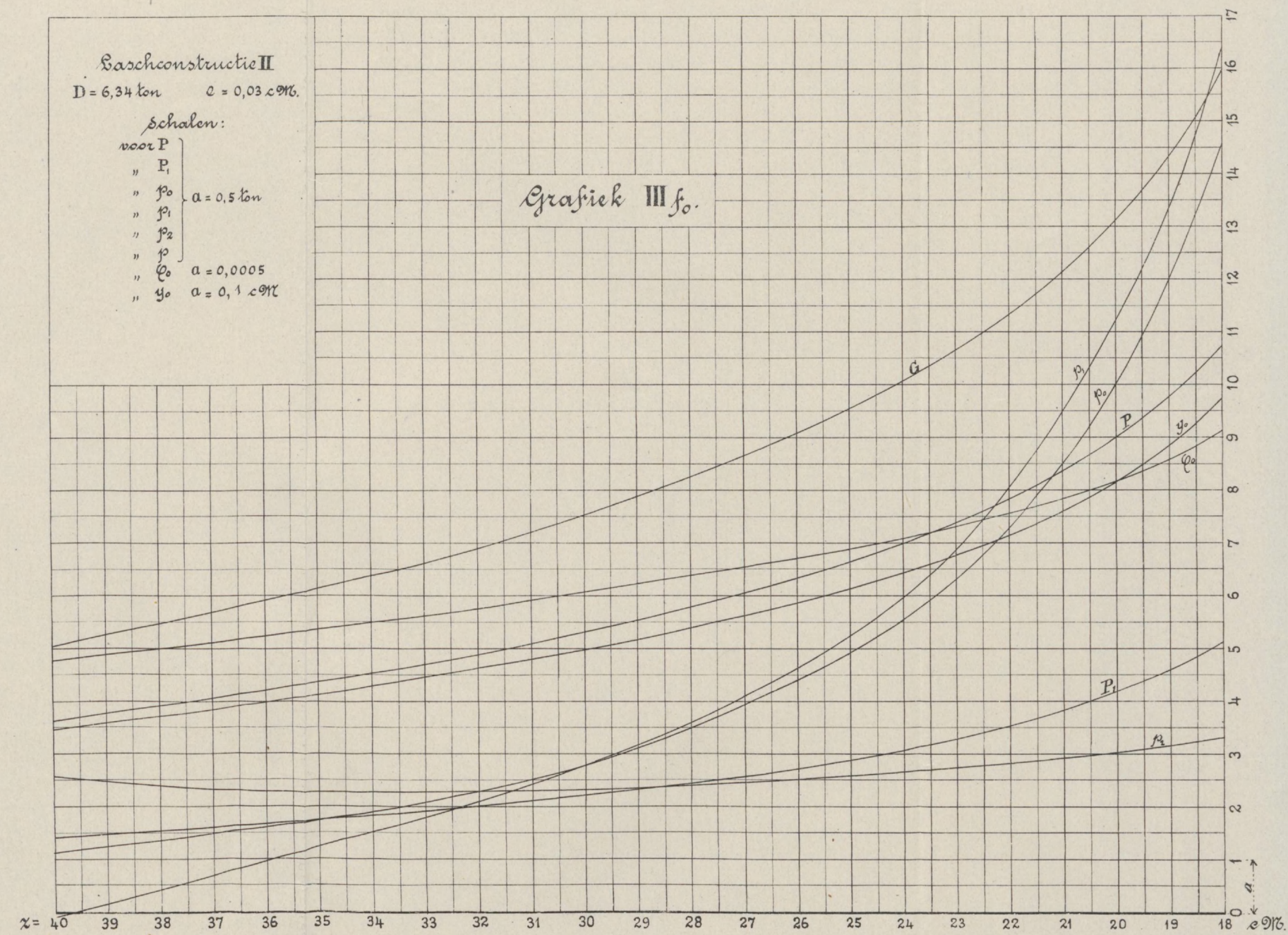
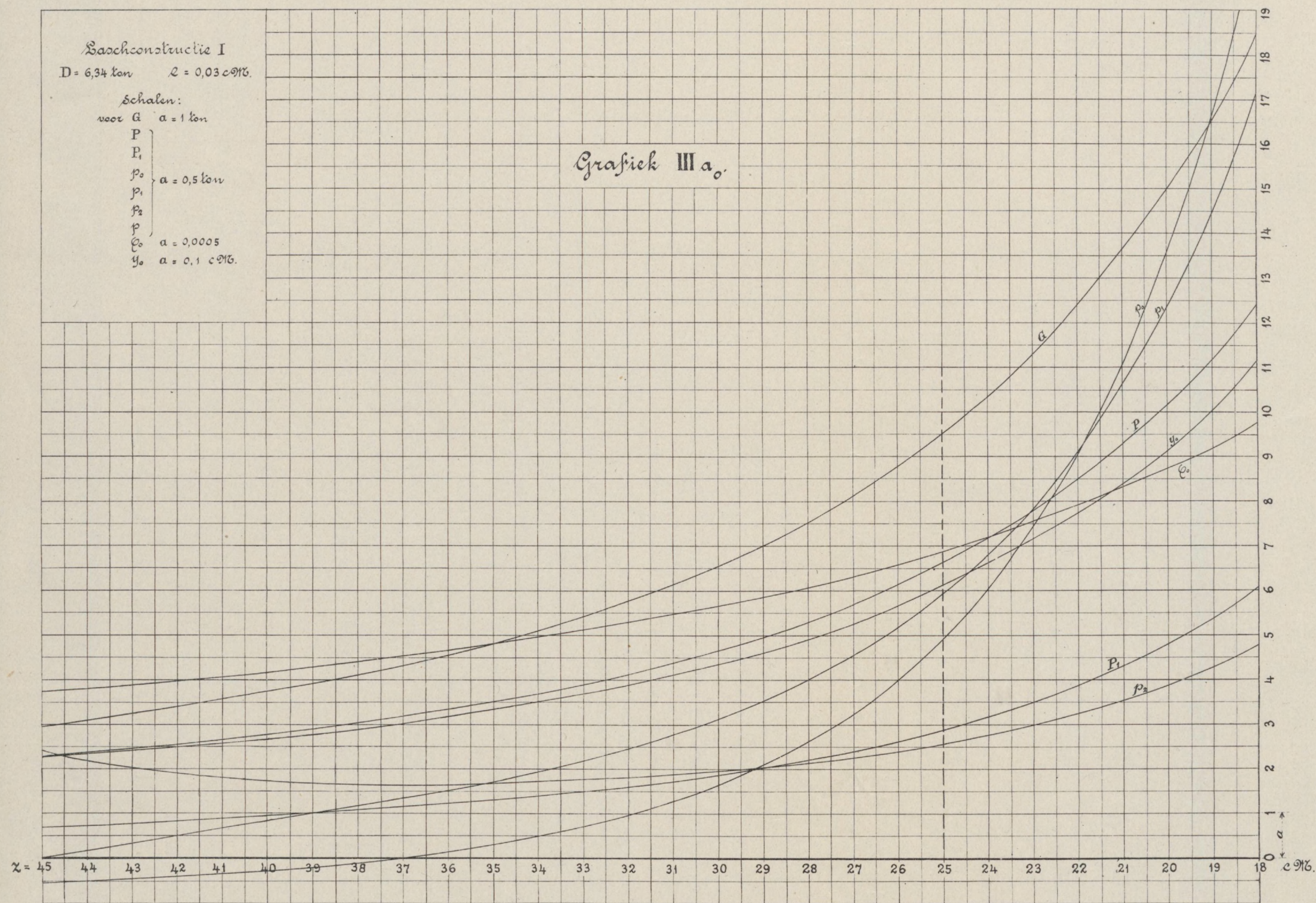
p_0 de druk, die bij midden lasch
op onderkant railkop wordt ui
oogenblik, dat de railkop door





door bovenkant laschplaten
 geoefend, juist vóór het
 het rad zal worden belast;
 y_0 de zakking van het rad;
 φ_0 die hoek, dien bij midden lasch de elastische
 lijn van de rail maakt met de horizontale.





Naamlijst van de Leden van de Afdeeling Nederlandsch-Indië op 1 Januari 1914.

W. R. H. van Aalderen	Tjimahi.	H. W. Forbes	Tjepoe (Java).
A. G. Allart	Cheribon.	F. L. P. G. Fournier	Weltevreden.
J. R. van Alphen	Menado.	F. H. de Freijtag	Serang.
W. H. A. van Alphen de Veer	Weltevreden.	P. J. Fritzlin	Semarang.
E. A. van Arcken	Weltevreden.	J. R. Gaade	Nederland.
J. J. Baggelaar	Pekalongan.	E. C. P. Gallas	Madioen.
Th. J. Bakx	Moeara Doewa Z. S.	J. J. de Gast.	Weltevreden.
J. Ph. van Batenburg	Tjandi Semarang.	L. F. J. Ghijsels	Weltevreden.
C. C. W. C. Beck	Blambangan (Z. S.)	C. G. P. van Goor	Bandoeng.
H. F. W. Becking Jr.	Rambipoedji bij Soer.	J. Graaff	Soerabaja.
S. H. A. Begemann	Bodjonegoro.	G. E. Gravenhorst	Weltevreden.
A. Bryan	Bandoeng.	F. van der Goot	Weltevreden.
G. van Bommel	Modjokerto.	C. J. de Groot	Weltevreden.
C. F. van Bergen	Weltevreden.	N. J. de Groot	Weltevreden.
C. P. Brest van Kempen	Weltevreden.	A. Groothoff	Pekalongan.
H. Biezeveld	Bandoeng.	Dr. J. H. A. Haarman	Weltevreden.
R. Birckenhauer	Semarang.	C. F. van Haeften	Benkoelen.
P. L. Blanken	Djocjakarta.	M. P. L. G. Hansen	Weltevreden.
R. H. Bloemendal	Weltevreden.	J. Haringhuizen	Weltevreden.
F. F. Blok	Magelang.	J. van Harlingen	Medan.
R. J. Boers	Muntok.	W. I. Hartjens	Weltevreden.
D. Boomsma	Weltevreden.	A. G. van Hattum	Soerabaja.
D. L. ten Bosch	Modjokerto.	E. F. Hauber	Kali Poetjang.
H. van Breen	Weltevreden.	N. Heinzelmänn	Weltevreden.
R. van den Broek d'Obrenan	Medan.	Y. C. W. Herweijer	Semarang.
C. J. de Bruyn	Weltevreden.	C. O. Heuvelink	Weltevreden.
H. W. O. de Bruyn	Weltevreden.	J. C. Heijning	Nederland.
J. W. de Bruyn Kops	Modjokerto.	J. H. Hilgen	Koeta Radja.
P. A. van der Burg	Weltevreden.	M. G. Hoekstra	Weltevreden.
D. C. Buurman	Semarang.	Tj. Hoekstra	Medan.
W. F. Buijsman	Bandoeng.	D. M. Hol	Padang.
G. P. J. Caspersz	Semarang.	J. Homan van der Heide	Weltevreden.
R. R. Castens	Pangkalan Brandan.	L. Houwink	Weltevreden.
E. M. Collard	Weltevreden.	R. G. Hoeffelman	
Jhr. J. H. Cornets de Groot	Weltevreden.	W. J. Immink	Semarang.
C. G. Cramer	Nederland.	A. P. J. Jagtman	Soerabaja.
H. Cramer	Weltevreden.	F. A. Janssen van Raay	Weltevreden.
M. H. Damme	Weltevreden.	D. de Jongh	Soekaboemi.
F. W. van Deinse	Weltevreden.	Ph. van der Kaaden	Pakan Baroe.
J. P. Delprat	Soerabaja.	E. H. Karsten	Nederland.
G. F. van Dissel	Weltevreden.	R. de Kat	Weltevreden.
L. J. van Dunné	Pampanoea. (Cel.)	A. R. W. Kerkhoven	Tjibadak.
G. J. Dijkerman Jr.	Poerworedjo.	R. A. Kerkhoven	Bandoeng.
A. J. Dijkstra	Weltevreden.	J. C. A. Keukenmeester	Weltevreden.
F. Th. Engel	Indramajoe.	C. W. Koch	Weltevreden.
W. C. Engel	Tegal.	J. van Koesveld	T. Modjo Koedoes.
W. Elenbaas	Semarang.	C. de Koning B. Sc.	Weltevreden.
J. Th. Ermeling	Buitenzorg.	J. Koomans	Padang.
D. J. F. van Es	Bondowoso.	J. C. Koot	Soerabaja.
W. N. A. van Es	Nederland.	A. Korving	Scheveningen.
E. Fels	Weltevreden.	D. A. Koster	Semarang.

H. Kroes	Cheribon.	J. A. van Santwijk	Weltevreden.
J. P. Kruimel	Semarang.	W. H. M. Schadée	Nederland.
J. G. van Kuijk	Weltevreden.	Ch. P. Schoemaker	Weltevreden.
K. J. L. Kuiler	Soemenep.	P. J. Schrikker	Weltevreden.
W. Lammers	Tawang Sari. (Sidoar- djo.)	W. A. Slinkers	Semarang.
A. I. van Leer	Semarang.	V. L. Slors	Bandoeng.
C. A. E. van Leeuwen	Padang	A. L. van der Sluys Veer	Koeta Radja
J. J. S. van Leeuwen	Weltevreden.	G. C. M. Smits	Nederland.
A. H. van Lessen	Weltevreden.	D. C. W. Snell	Bandjarnegara.
J. H. Levert	Tegal.	S. Snuijf	Weltevreden.
E. G. B. Louzada	Semarang.	L. F. Soesman	Nederland.
J. N. van der Leij	Weltevreden.	I. G. Spengler	Tandjong Karang.
J. W. Maas M. Hzn.	Weltevreden.	C. Steuerwald	Bandoeng.
C. E. A. Maitland	Soerabaja.	A. W. G. Stigter	Nederland.
J. Mangelaar Meertens	Nederland.	H. F. van Stipriaan Luiscius	Nederland.
A. K. M. Martis	Semarang.	J. T. P. J. Straatman	Soerabaja.
Jhr. J. A. Mazel	Adyar Madras.	J. H. Stravers	Nederland.
J. W. L. H. Meertens	Nederland.	H. F. Streiff	Weltevreden.
D. Merens	Nederland.	A. Sijthoff	Weltevreden.
W. A. van der Meulen	Nederland.	T. L. Tan	Buitenzorg.
E. Middelberg	Weltevreden.	T. Tanja	Nederland.
D. Meijer	Weltevreden.	J. P. Textor	Weltevreden.
W. H. Meyer	De Bildt bij Utrecht.	J. H. Thal Larsen	Weltevreden.
A. A. Meijers	Serang.	D. D. L. Thedens	Madioen.
A. de Mooij A. Cz.	Soerabaja.	J. Tirion	Semarang.
W. J. Muller	Nederland.	E. A. Tissot van Patot	Malang.
H. H. Nieuwenhuis	Poerwakarta.	A. Tom	Telok Betong.
J. G. Numans	Tegal.	H. van Tongeren	Magelang.
A. J. N. Nijman	Weltevreden.	J. D. Tours	Weltevreden.
W. Oltmans	Semarang.	W. H. Tromp	Weltevreden.
S. R. J. Onnen	Weltevreden.	J. van Tubergen	Medan.
F. W. Th. van Oordt	Nederland.	E. H. M. Uljée	Bandoeng.
F. J. van Oppen	Palembang.	L. Valk	Serang.
P. J. Ott de Vries	Soerabaja.	A. M. Valkenburg	Semarang.
J. Paalman	Magelang.	F. A. Varkevisser	Poerworedjo.
A. Pasteur	Tjimahi.	H. A. E. Vennik	Weltevreden.
A. Perelaer	Weltevreden.	N. H. Verdam	Batavia.
A. Plate	Semarang.	K. H. Verschoor	Bandoeng.
L. J. Polderman	Weltevreden.	C. S. Vlieland Hein	Soerabaja.
J. W. F. C. Proper	Bandjarnegara.	H. Vogelpoel	Meester-Cornelis.
J. Radersma	Medan.	W. G. J. Vogelpoel	Weltevreden.
O. E. ridder van Rappard	Soerabaja.	J. G. H. de Voogt	Weltevreden.
Jhr. J. C. van Reigersberg		H. W. van der Voort	Madioen.
Versluijs	Weltevreden.	H. C. P. de Vos	Palimanan (Cheribon.,
C. Robbers	Nederland.	J. van der Waerden	Tandjong Karang.
C. F. de Rochemont	Weltevreden.	J. D. H. Wagener	Billiton.
P. A. Roelofsen	Weltevreden.	G. C. Walker	Djombang.
N. de Ronde Bresser	Soerabaja.	H. J. E. Wenckebach	Nederland.
H. J. de Rooij	Bondowoso.	E. van Wessem	Bandoeng.
I. Th. van Rosse	Bondowoso.	P. J. L. van Wiechen	Malang.
J. A. Roukens	Klaten.	J. G. H. Willems	Semarang.
M. C. Rueb	Semarang.	M. Wins	Semarang.
S. J. Rutgers	Medan.	M. de Wolff	Tegal.
J. D. Ruijs	Bandjarnegara.	I. Wouters	Weltevreden.
A. S. Ruzette	Soerabaja.	F. A. IJpes	Semarang.
J. C. F. van Sandick	Nederland.	E. J. C. van Zuylen	Poerwokerto.